

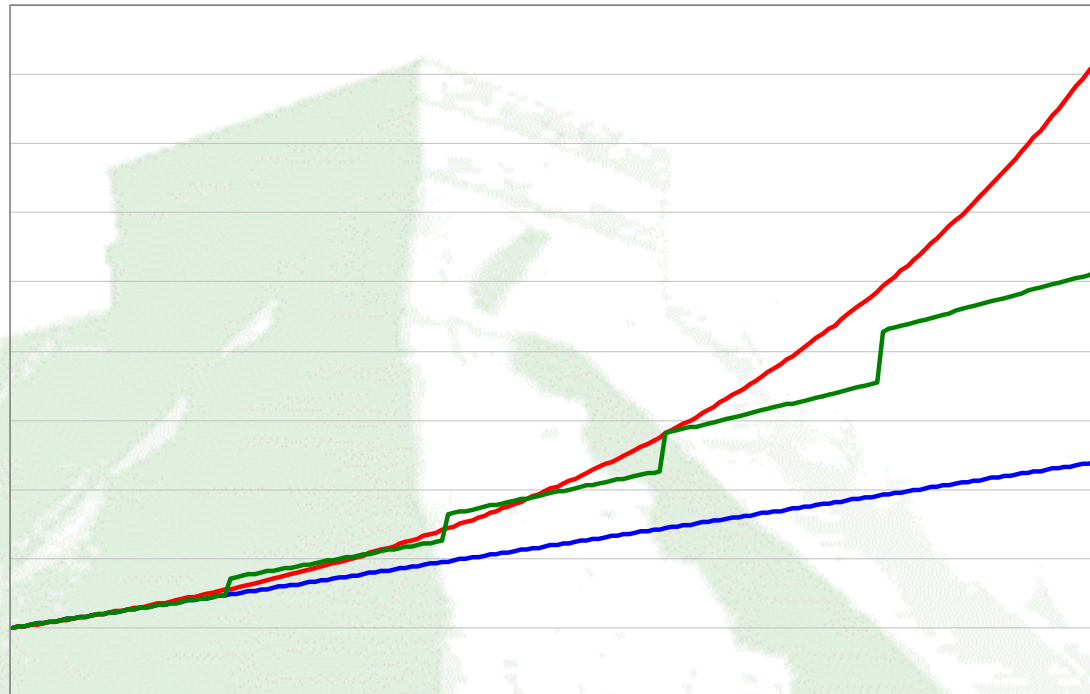
# Seguros Temporales con Prestaciones Mensuales Crecientes

Temporary Insurance with Growing  
Monthly Benefits

Javier Fernando Rodríguez Corredor  
Jaime Abel Huertas Campos

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

# Seguro semi - geométrico



— Aritmético — Geométrico — Semigeométrico

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

# Cálculo de las primas netas

- Seguro Aritmético y Geométrico
  - Valor asegurado:  $VA$
  - Factor de crecimiento mensual:  $k$
  - Notación Prima neta única del seguro
    - Aritmético:  $PANU^1_{x:\overline{n}|}$
    - Geométrico:

$$PGNU^1_{x:\overline{n}|}$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries



# PNU Seguro Aritmético

$$PANU_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{11} VA \cdot \{1 + (12 \cdot i + j) \cdot k\} \cdot {}_{i+\frac{j}{12}|} A_{x:\overline{1/12}|}^1$$

# PNU Seguro Geométrico

$$PGNU_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{11} VA \cdot (1 + k)^{12 \cdot i + j} \cdot {}_{i+\frac{j}{12}|} A_{x:\overline{1/12}|}^1$$

A New Millennium.

A New Challenge for Actuaries

# Seguro Semigeométrico

- Valor asegurado:  $VA$
- Factor de crecimiento mensual aritmético:  $k$
- Factor de crecimiento geométrico cada  $m$  años:  $i$
- Notación Prima neta única del seguro Semigeométrico:

$$PSNU_{x:\overline{n}|}^1$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

# PNU Seguro Semi-Geométrico

$$PSNU_{x:\overline{n}|}^1 = VA \cdot \sum_{s=0}^{p-1} (1+i)^s \cdot \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{11} \{1 + (12 \cdot (s \cdot m + l) + j) \cdot k\} \cdot$$
$$\cdot s \cdot m + l + \frac{j}{12} E_x \cdot A_{\overline{x+s \cdot m + l + j/12: 1/12|}^1}$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries



- Si  $n$  no es múltiplo de  $m$ , entonces:
  - Se calcula el seguro semi-geométrico por  $[n/m]$  periodos de  $m$  años
  - Se calcula el resto de años, o sea  $n - [n/m] \cdot m$  años como si fuera un seguro aritmético diferido  $d = [n/m] \cdot m$  años

$$d / \overline{PANU}_{x:n-d|}^1$$

$VA \cdot (1+i)^{[n/m]}$  = Valor asegurado del seguro diferido

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

# Primas Anuales Netas

$$PA_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{PANU_{x:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$PG_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{PGNU_{x:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$PS_{x:\overline{n}|}^1 = \begin{cases} \frac{PSNU_{x:\overline{n}|}^{1\bullet}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} & \text{si } n \text{ es múltiplo de } m \\ \frac{PSNU_{x:\overline{n}|}^{1\bullet\bullet}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} & \text{si } n \text{ no es múltiplo de } m \end{cases}$$

A New Millennium.

A New Challenge for Actuaries



# Primas Mensuales Netas

$$PA_{x:\overline{n}|}^{(12)} = \frac{PANU_{x:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(12)}}$$

$$PG_{x:\overline{n}|}^{(12)} = \frac{PGNU_{x:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(12)}}$$

$$PS_{x:\overline{n}|}^{(12)} = \begin{cases} \frac{PSNU_{x:\overline{n}|}^{1\bullet}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(12)}} & \text{si } n \text{ es múltiplo de } m \\ \frac{PSNU_{x:\overline{n}|}^{1\bullet\bullet}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(12)}} & \text{si } n \text{ no es múltiplo de } m \end{cases}$$

A New Millennium.

A New Challenge for Actuaries

# Reservas

- Reserva método Prospectivo
  - Reserva = VPA del seguro de edad  $(x+k)$  - VPA de las primas netas futuras pagables anualmente

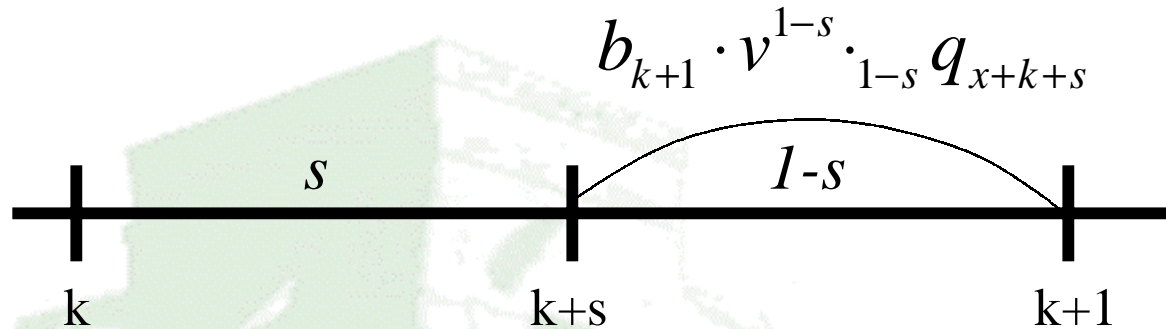
$${}_kV_x = A_{x+k} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+k}$$

- Reserva basadas en m primas

$${}_kV_{\overline{1}|x:\overline{n}|}^{(m)} = A_{\overline{1}|x+k:\overline{n-k}|} - P_{\overline{1}|x:\overline{n}|}^{(m)} \cdot \ddot{a}_{\overline{1}|x:\overline{n}|}^{(m)}$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

# Reserva de duración fraccional



$${}_{t+h}V_{x:\overline{n}}^1 = \frac{v^{1-h}}{1-h \cdot q_{x+k}} \cdot \left[ (1-h) \cdot ({}_tV_{x:\overline{n}}^1 + P_{x:\overline{n}}^1) \right.$$

$$\left. (1+i) + h \cdot {}_{t+1}V_{x:\overline{n}}^1 \cdot P_{x+k} \right]$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries



- Reserva Seguro Aritmético

- Reserva terminal

$$PANU_{x+t:\overline{n-t}|}^{*1} \quad VA \cdot (1+12 \cdot t \cdot k)$$

- Pagos anuales

$${}_tV(A)_{x:\overline{n}|}^1 = PANU_{x+t:\overline{n-t}|}^{*1} - PA_{x:\overline{n}|}^1 \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$$

- Pagos mensuales

$${}_tV(A)_{x:\overline{n}|}^{(12)} = PANU_{x+t:\overline{n-t}|}^{*1} - PA_{x:\overline{n}|}^{(12)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}^{(12)}$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

- Reserva fraccional al final del período

- Pagos anuales

$${}_{t+h}V(A)_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{v^{1-h}}{1-h \cdot q_{x+k}} \cdot \left[ (1-h) \cdot ({}_tV(A)_{x:\overline{n}|}^1 + PA_{x:\overline{n}|}^1) \cdot (1+i) + h \cdot {}_{t+1}V(A)_{x:\overline{n}|}^1 \cdot p_{x+k} \right]$$

- Pagos mensuales

$${}_{t+h}V(A)_{x:\overline{n}|}^{(12)} = \frac{v^{1-h}}{1-h \cdot q_{x+k}} \cdot \left[ (1-h) \cdot ({}_tV(A)_{x:\overline{n}|}^{(12)} + PA_{x:\overline{n}|}^{(12)}) \cdot (1+i) + h \cdot {}_{t+1}V(A)_{x:\overline{n}|}^{(12)} \cdot p_{x+k} \right]$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

- Reserva Seguro Geométrico

- Reserva terminal

$$PGNU_{x+t:\overline{n-t}|}^{*1} \quad VA \cdot (1+k)^{12 \cdot t}$$

- Pagos anuales

$${}_tV(G)_{x:\overline{n}|}^1 = PGNU_{x+t:\overline{n-t}|}^{*1} - PG_{x:\overline{n}|}^1 \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$$

- Pagos mensuales

$${}_tV(G)_{x:\overline{n}|}^{(12)1} = PGNU_{x+t:\overline{n-t}|}^{*1} - PG_{x:\overline{n}|}^{(12)1} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}^{(12)}$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries



– Reserva fraccional

- **Pagos anuales**

$${}_{t+h}V(G)_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{v^{1-h}}{1-h \cdot q_{x+k}} \cdot \left[ (1-h) \cdot ({}_tV(G)_{x:\overline{n}|}^1 + PG_{x:\overline{n}|}^1) \cdot (1+i) + h \cdot {}_{t+1}V(G)_{x:\overline{n}|}^1 \cdot p_{x+k} \right]$$

- **Pagos mensuales**

$${}_{t+h}V(G)_{x:\overline{n}|}^{(12)} = \frac{v^{1-h}}{1-h \cdot q_{x+k}} \cdot \left[ (1-h) \cdot ({}_tV(G)_{x:\overline{n}|}^{(12)} + PG_{x:\overline{n}|}^{(12)}) \cdot (1+i) + h \cdot {}_{t+1}V(G)_{x:\overline{n}|}^{(12)} \cdot p_{x+k} \right]$$

A New Millennium.

A New Challenge for Actuaries

- Reserva Seguro Semigeométrico

- Reserva terminal anual

- Si  $n-t$  es múltiplo de  $m$

$$PSNU_{x+t: \overline{n-t}|}^{*1} \quad VA \cdot (1+12 \cdot t \cdot k)(1+i)^{[t/m]}$$

- Si  $n-t$  no es múltiplo de  $m$

$$PSNU_{x+t: \overline{n-t}|}^{**1}$$

$$VA \cdot \{1+12 \cdot (t+ [n-t/m] \cdot m) \cdot k\} (1+i)^{[t/m]+[n-t/m]}$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

- Pagos anuales

$${}_tV(S)_{x:\overline{n}|}^1 = \begin{cases} PSNU_{x+t:\overline{n-t}|}^{*1} & \text{si } n - t \text{ es múltiplo de } m \\ PSNU_{x+t:\overline{n-t}|}^{**1} & \text{si } n - t \text{ no es múltiplo de } m \end{cases} - PS_{x:\overline{n}|}^1$$

- Pagos mensuales

$${}_tV(S)_{x:\overline{n}|}^{(12)} = \begin{cases} PSNU_{x+t:\overline{n-t}|}^{*1} & \text{si } n - t \text{ es múltiplo de } m \\ PSNU_{x+t:\overline{n-t}|}^{**1} & \text{si } n - t \text{ no es múltiplo de } m \end{cases} - PS_{x:\overline{n}|}^{(12)}$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries



– Reserva fraccional al final de mes

- **Pagos anuales**

$${}_{t+h}V(S)_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{v^{1-h}}{1-h \cdot q_{x+k}} \cdot \left[ (1-h) \cdot ({}_tV(S)_{x:\overline{n}|}^1 + PS_{x:\overline{n}|}^1) \cdot (1+i) + h \cdot {}_{t+1}V(S)_{x:\overline{n}|}^1 \cdot p_{x+k} \right]$$

- **Pagos mensuales**

$${}_{t+h}V(S)_{x:\overline{n}|}^{(12)} = \frac{v^{1-h}}{1-h \cdot q_{x+k}} \cdot \left[ (1-h) \cdot ({}_tV(S)_{x:\overline{n}|}^{(12)} + PS_{x:\overline{n}|}^{(12)}) \cdot (1+i) + h \cdot {}_{t+1}V(S)_{x:\overline{n}|}^{(12)} \cdot p_{x+k} \right]$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

# Datos utilizados

- Edad: 35 años
- VA : 1000 unidades monetarias
- Interés técnico: 8%
- Seguro Aritmético y Geométrico
  - Factor de crecimiento: 16% anual
  - Cobertura del seguro: 5, 10 y 15 años
- Seguro Semi - geométrico
  - Período crecimiento geométrico: 2, 3 y 5 años
  - Factor de crecimiento geométrico: 16%

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

**Fomulario Datos** ✕

Valor Asegurado \$

Interes Real  Edad

**Aritmetico-Geométrico**

Periodo del Seguro

Interes de Crecimiento  

**Semigeometrico**

Periodo o Salto de Crecimiento Geometrico

Interes de Crecimiento Geometrico

*Cerrar*

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries



**Matematica actuarial**

Archivo Datos Calculos Graficas Windows Ayuda

---

**Evolución**

— Aritmético  
— Geométrico  
— Semigeométrico

**Evolu.dbf**

| MES | ARITMETICO  | GEOMETRICO  | SEMIGEOME   |
|-----|-------------|-------------|-------------|
| 0   | 1           | 1           | 1           |
| 1   | 1,013333333 | 1,012445137 | 1,013333333 |
| 2   | 1,026666666 | 1,025045157 | 1,026666666 |
| 3   | 1,040000000 | 1,037801985 | 1,040000000 |

---

**Reserva**

— Aritmético  
— Geométrico  
— Semigeométrico

**Reservas.dbf**

| ANO | MES | ARITMETICO  | GEOMETRICO  | SEMIGEOME   |
|-----|-----|-------------|-------------|-------------|
| 0   | 1   | 0,049008985 | 0,075834109 | 0,058530804 |
| 0   | 2   | 0,050116364 | 0,074369503 | 0,059331776 |
| 0   | 3   | 0,051210365 | 0,072918603 | 0,060122418 |
| 0   | 4   | 0,052291104 | 0,071481302 | 0,060902820 |

---

**Primas**

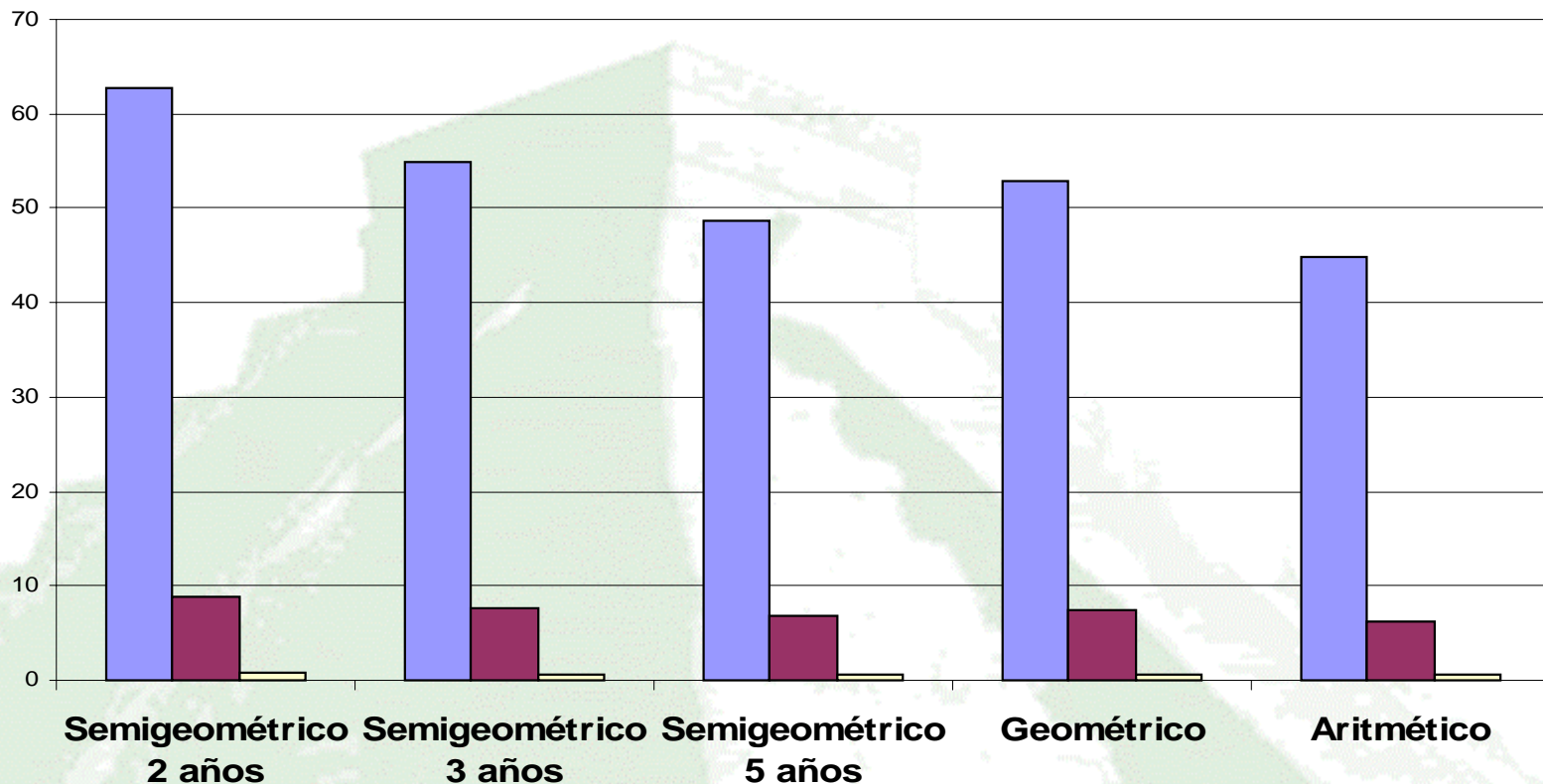
■ Aritmético  
■ Geométrico  
■ Semigeométrico

**primas.dbf**

| PRIMA      | ARITMETICO  | GEOMETRICO  | SEMIGEOME   |
|------------|-------------|-------------|-------------|
| Neta Unica | 0,345032253 | 0,557034228 | 0,415866434 |
| Anual      | 0,041056337 | 0,066283035 | 0,049485091 |
| Mensual    | 0,003576366 | 0,005773833 | 0,004310585 |

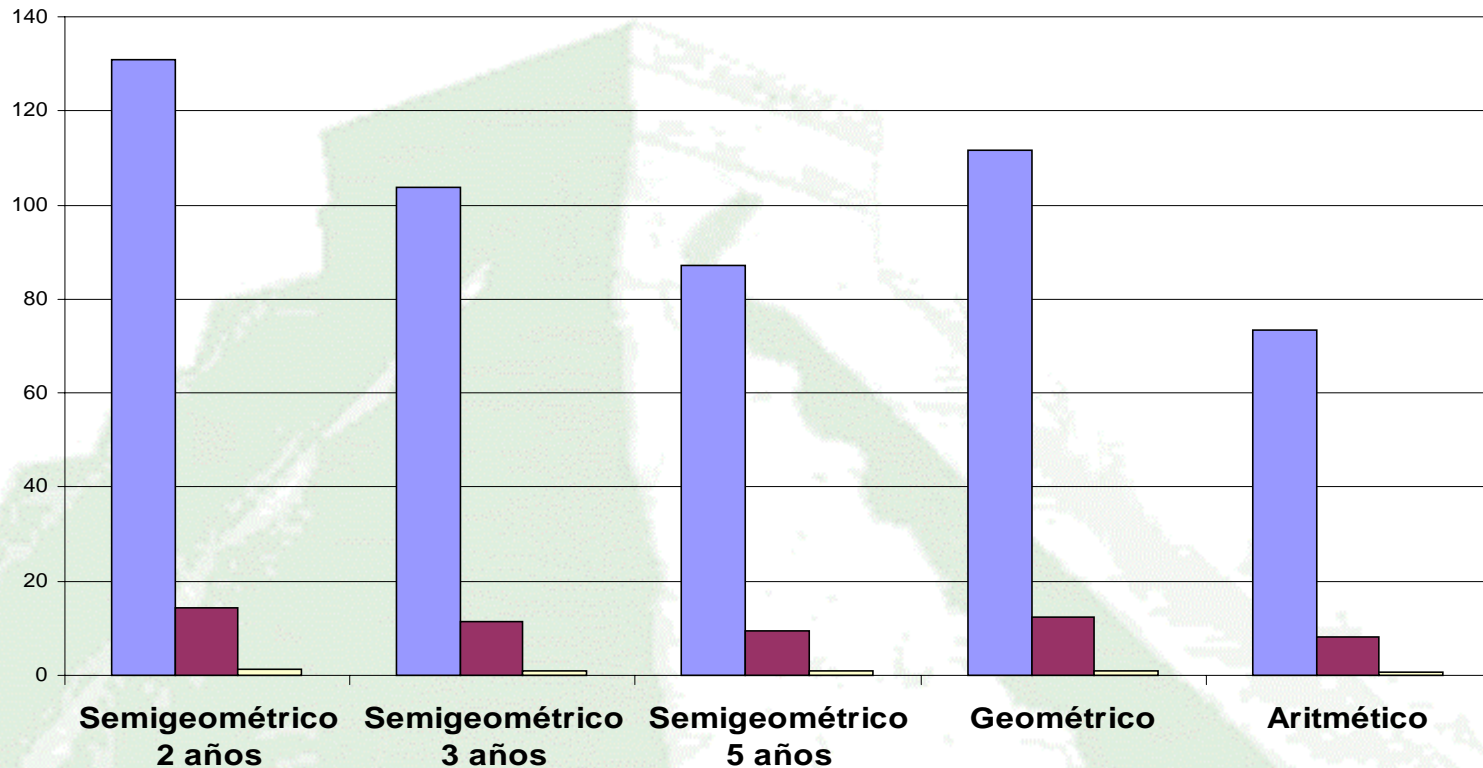
A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

# Primas seguros crecientes temporales a 10 años



A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

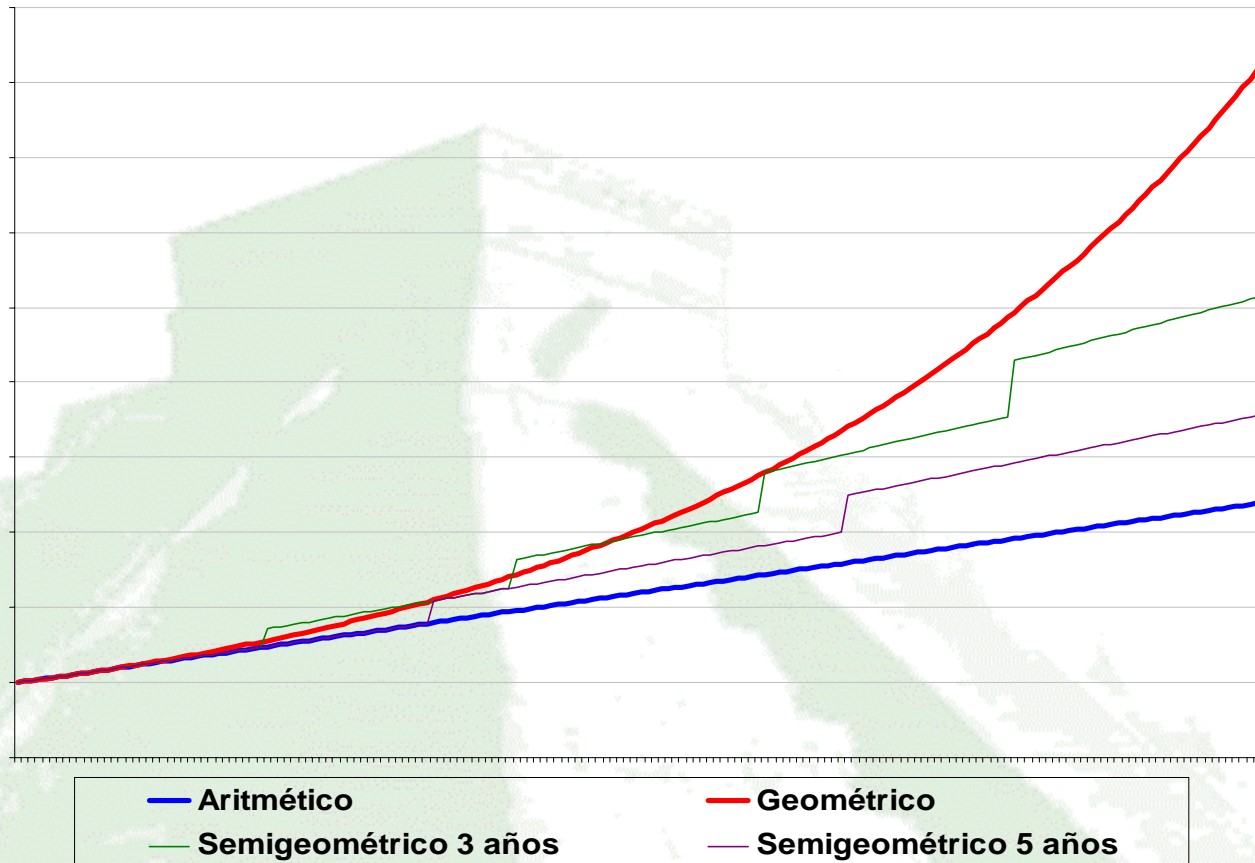
# Primas de seguros crecientes temporales a 15 años



A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries



# Evolución del VA de los seguros temporales a 15 años



A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

# Seguros renovables

$$PC = PNU + (g + c) \cdot PC + e \cdot PC$$

$$\begin{aligned} PC &= \frac{PNU}{1 - (g + c) - e} \\ &= \frac{PNU}{1 - (g + c + e)} \end{aligned}$$

$$PCE = \frac{PNU}{0,84}$$

$$PCR = \frac{PNU}{0,875}$$

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

## Seguro aritmético renovable:

| <b>Edad</b> | <b>Prima Neta</b> | <b>PCE</b>      | <b>PCR</b>      |
|-------------|-------------------|-----------------|-----------------|
| <b>25</b>   | <b>0,019446</b>   | <b>0,023150</b> | <b>0,022224</b> |
| <b>30</b>   | <b>0,019967</b>   | <b>0,023770</b> | <b>0,022819</b> |
| <b>35</b>   | <b>0,020880</b>   | <b>0,024857</b> | <b>0,023863</b> |
| <b>40</b>   | <b>0,022764</b>   | <b>0,027100</b> | <b>0,026016</b> |
| <b>45</b>   | <b>0,029700</b>   | <b>0,035357</b> | <b>0,033943</b> |
| <b>50</b>   | <b>0,044319</b>   | <b>0,052761</b> | <b>0,050650</b> |
| <b>55</b>   | <b>0,056212</b>   | <b>0,066919</b> | <b>0,064243</b> |
| <b>60</b>   | <b>0,075415</b>   | <b>0,089780</b> | <b>0,086189</b> |

**A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries**



# Seguro aritmético renovable con crecimiento

- Un asegurado de 35 años, el seguro le costara
- $1'000.000 \times 0,024856511 = 24.857$
- Después de 5 años el VA será
- $1'000.000 \times (1+0,16 \times 5) = 1'800.000$
- A los 40 años si se renueva
- $VA = 1'800.000 \times 1,6 = 2'088.000$
- $Prima = 1'800.000 \times 1,6 \times 0,026015018 = 54.320$

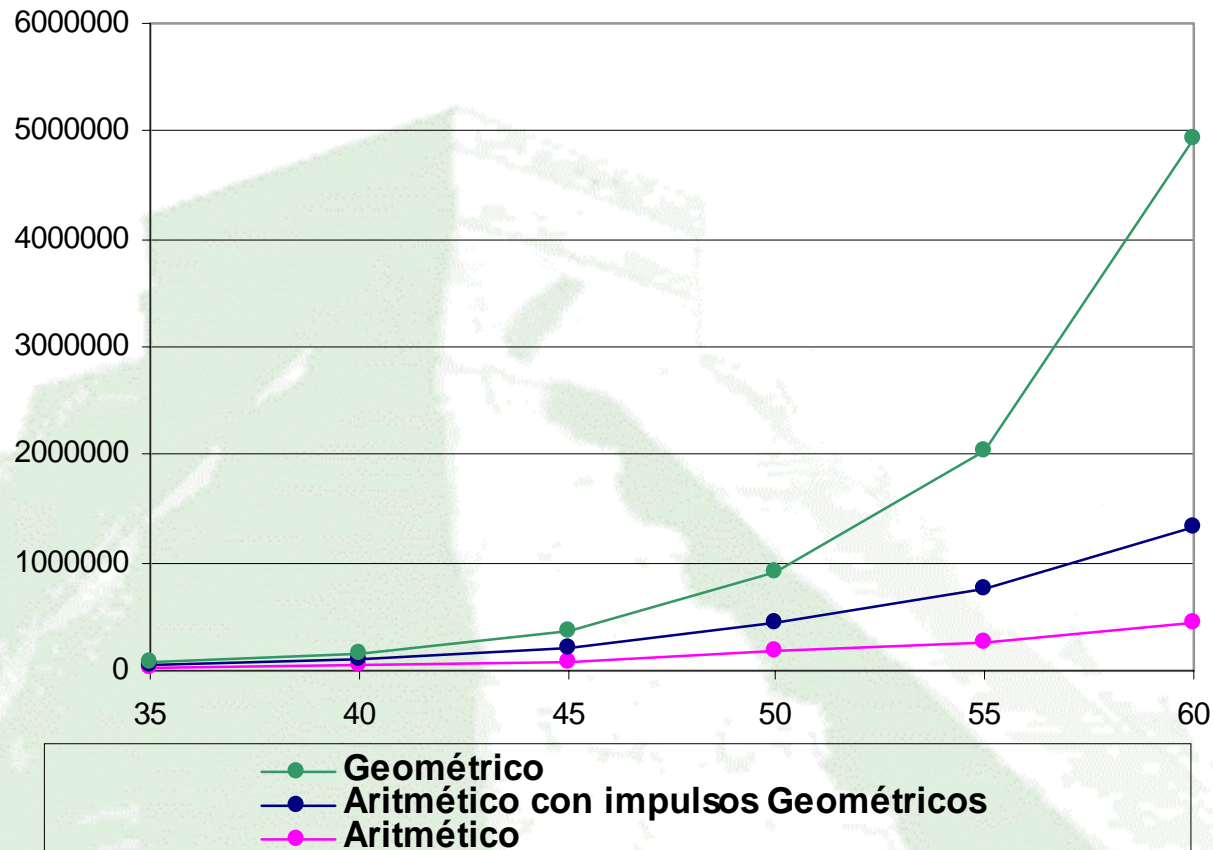
A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

# Seguros renovables

| Aritmético Puro |         | Aritmetico con impulsos geometricos |         | Geométrico Puro |           |
|-----------------|---------|-------------------------------------|---------|-----------------|-----------|
| VA              | PC      | VA                                  | PC      | VA              | PC        |
| 1'000.000       | 24.857  | 1'000.000                           | 24.857  | 1'000.000       | 25.273    |
| 1'800.000       | 46.827  | 2'088.000                           | 54.319  | 2'100.342       | 54.702    |
| 2'600.000       | 88.252  | 3'498.560                           | 118.751 | 4'411.435       | 150.607   |
| 3'400.000       | 172.211 | 5'307.046                           | 268.804 | 9'265.521       | 475.610   |
| 4'200.000       | 269.819 | 7'604.685                           | 488.545 | 19'460.759      | 1'264.457 |
| 5'000.000       | 430.943 | 10'501.708                          | 905.128 | 40'874.244      | 3'586.602 |

A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries

# Evolución de las primas de los seguros renovables



A New Millennium.  
A New Challenge for Actuaries