

MODALIDADES DE PENSIÓN EN LOS SISTEMAS DE CAPITALIZACIÓN INDIVIDUAL Y DECISIONES DE CONSUMO EN LA JUBILACIÓN

ANA LEJÁRRAGA GARCÍA, CARLOS VIDAL MELIÁ y JOSÉ E. DEVESA CARPIO

Departamento de Economía Financiera y Matemática. Facultad de Economía.
Universitat de València.
Edificio Departamental Oriental. Avda. de los Naranjos, s.n. 46022 Valencia.
Teléfono +34963828369. Fax +34963828370.

E-mail: Ana.lejarraga@gseguros.com
E-mail: Carlos.Vidal@uv.es
E-mail: Enrique.Devesa@uv.es

RESUMEN

Los sistemas de pensiones basados en cuentas de capitalización individual de aportación definida, en general, otorgan bastante libertad al individuo para decidir la forma de cobro de sus prestaciones llegado el momento de jubilación. Esta libertad, que no existe en los sistemas públicos de reparto, hace que los propios jubilados deban adoptar decisiones sobre las modalidades de cobro de sus pensiones que les proporcionen un nivel de consumo óptimo en la fase de la jubilación, para lo que deberán tener en cuenta sus expectativas de vida y sus motivaciones respecto a la posibilidad de dejar una herencia, entre otros aspectos. Este trabajo, a diferencia de la mayor parte de la literatura reciente que se centra en los problemas de la fase de acumulación, aborda la problemática de las modalidades de pensión desde la óptica del jubilado, aspecto sobre el que todavía existen pocas investigaciones. La estructura del trabajo es la que a continuación se relaciona: después de una breve introducción se realiza un análisis de las modalidades de pensión disponibles en los principales países en los que el sistema de pensiones es de cuentas de capitalización individual de aportación definida, haciendo especial hincapié en los países latinoamericanos. Posteriormente se desarrolla un modelo de optimización basado en el planteamiento inicialmente realizado por Yaari (1965) desarrollado por Kotlikoff y Spivak (1981) o Brown y Poterba (2000) entre otros, que se aplica para determinar la utilidad esperada que proporciona cada una de las modalidades de pensión en función de las distintas preferencias y percepciones de los individuos. También se realiza un análisis del bienestar individual a partir del concepto de riqueza equivalente. Por último, al modelo básico se le van incorporando características con el fin de poder contestar a la pregunta de si las modalidades de pensión disponibles se deberían limitar exclusivamente a las rentas vitalicias, tal y como ocurre en la mayoría de países con sistemas de reparto y en algunos países con sistemas de capitalización, para evitar el *problema* de la selección adversa. (JEL: G23, H55, J26)

Palabras clave: Capitalización, Fondos de Pensiones, Jubilación, Latinoamérica.

DIFFERENT TYPES OF PENSION IN INDIVIDUAL CAPITALIZATION SYSTEMS AND DECISIONS FOR THE CONSUMER IN RETIREMENT

ANA L EJÁRRAGA-GARCÍA, CARLOS VIDAL-MELIÁ and JOSÉ E. DEVESA-CARPIO

Departamento de Economía Financiera y Matemática. Facultad de Economía.
Universitat de València.
Edificio Departamental Oriental. Avda. de los Naranjos, s.n. 46022 Valencia.
Teléfono +34963828369. Fax +34963828370.

E-mail: Ana.lejarraga@gseguros.com

E-mail: Carlos.Vidal@uv.es

E-mail: Enrique.Devesa@uv.es

SUMMARY

Pension systems based on individual capitalization with defined contributions generally offer a certain amount of freedom of choice to the individual in deciding the form in which he would like his pension paid when he reaches retirement. This freedom of choice, which does not exist in public pay-as-you-go systems, means that it is the pensioners themselves that have to make decisions about how they should be paid their pension in order to provide themselves with optimum consumption path during their retirement. To do this they need to take into account their life expectancy and their wish whether or not to leave a legacy, amongst others aspects. Unlike most recent literature, which concentrates on the problems of the accumulation phase, this paper looks into the problems involved with different types of pension from the point of view of the pensioner, an aspect into which as yet there has been little research. The structure of the paper is as follows: after a brief introduction, an analysis is carried out of the different types of pension available in those countries which have pension systems based on individual capitalization accounts with defined contributions, with special emphasis on the countries of Latin America. Afterwards we set out an optimization model based on ideas first put forward by Yaari (1965) and developed by Kotlikoff and Spivak (1981) and Brown and Poterba (2000), amongst others. This model is applied to determine the expected utility of each type of pension according to the different preferences and perceptions of the individual. We also carry out an analysis of individual welfare based on the concept of equivalent wealth. Finally, other characteristics are gradually incorporated into the basic model in order to answer the question as to whether the types of pension available should be limited exclusively to annuities, as is the case in most countries with pay-as-you-go systems and in some countries with capitalization systems, in order to avoid the *problem* of adverse selection. (JEL: G23, H55, J26)

Key words: Capitalization, Pension Funds, Retirement, Latin America.

CONTENIDO:

- I.-Introducción.
- II.-Modalidades de pensión.
- III.-El modelo básico de elección de la modalidad de pensión.
- IV.-Utilidad esperada y riqueza equivalente en el modelo básico.
- V.-Riqueza equivalente e *imperfecciones* del mercado.
- VI.-Riqueza equivalente con rentas vitalicias preexistentes.
- VII.-Resumen y conclusiones.
- VIII.-Bibliografía.

RELACIÓN DE TABLAS:

- Tabla 1: Modalidades de pensión.
- Tabla 2: Jerarquización hombres.
- Tabla 3: Jerarquización mujeres.
- Tabla 4: Riqueza equivalente en hombres. Rentas no indizadas
- Tabla 5: Riqueza equivalente en mujeres. Rentas no indizadas.
- Tabla 6: Riqueza equivalente en hombres. Rentas indizadas
- Tabla 7: Riqueza equivalente en mujeres. Rentas indizadas.
- Tabla 8: Riqueza equivalente en hombres destinando la riqueza inicial a una renta programada indizada.
- Tabla 9: Riqueza equivalente en mujeres destinando la riqueza inicial a una renta programada indizada.
- Tabla 10: Riqueza equivalente en hombres en función de la edad de jubilación. Rentas no indizadas.
- Tabla 11: Riqueza equivalente en mujeres en función de la edad de jubilación. Rentas no indizadas.
- Tabla 12: Riqueza equivalente en hombres en función de la edad de jubilación. Rentas indizadas.
- Tabla 13: Riqueza equivalente en mujeres en función de la edad de jubilación. Rentas indizadas.
- Tabla 14: Riqueza equivalente en hombres en función de la edad de jubilación. Rentas programadas, $i=4\%$.
- Tabla 15: Riqueza equivalente en mujeres en función de la edad de jubilación. Rentas programadas, $i=4\%$.
- Tabla 16: Riqueza equivalente en hombres. Rentas no indizadas al 85%.
- Tabla 17: Riqueza equivalente en mujeres. Rentas no indizadas al 85%.
- Tabla 18: Riqueza equivalente en hombres. Rentas indizadas al 85%.
- Tabla 19: Riqueza equivalente en mujeres. Rentas indizadas al 85%.
- Tabla 20: Porcentaje máximo de reducción de la renta en hombres. Rentas no indizadas.
- Tabla 21: Riqueza equivalente en hombres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas no indizadas.
- Tabla 22: Riqueza equivalente en mujeres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas no indizadas.
- Tabla 23: Riqueza equivalente en hombres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas indizadas.
- Tabla 24: Riqueza equivalente en mujeres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas indizadas.

Tabla 25: Riqueza equivalente en hombres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas no indizadas, factor de disminución 15%.

Tabla 26: Riqueza equivalente en mujeres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas no indizadas, factor de disminución 15%.

Tabla 27: Riqueza equivalente en hombres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas indizadas, factor de disminución 15%.

Tabla 28: Riqueza equivalente en mujeres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas indizadas, factor de disminución 15%.

RELACIÓN DE FIGURAS:

Figura 1. Flujo de consumo óptimo para hombres.

[1]-Sin rentas, [2]-Rta. no indizada, [3]-Rta. indizada, [4]-Rta. Programada.

Figura 2. Flujo de consumo óptimo para mujeres.

[1]-Sin rentas, [2]-Rta. no indizada, [3]-Rta. indizada, [4]-Rta. Programada.

I.-INTRODUCCIÓN

Los sistemas de pensiones de aportación definida que otorgan libertad al individuo para decidir la forma de cobro de sus prestaciones llegado el momento de jubilación, conducen a dos tipos de problemas: aquéllos a los que deben enfrentarse los propios jubilados, relativos a las dificultades existentes en la adopción de decisiones sobre las modalidades de cobro de sus pensiones y de determinación del consumo óptimo en la fase de jubilación, para lo que deberán tener en cuenta sus expectativas de vida, sus motivaciones respecto a la posibilidad de dejar una herencia y la posible existencia de otras rentas procedentes de la Seguridad Social, entre otros aspectos; y aquéllos a los que se enfrentan las compañías de seguros que garantizan una protección al jubilado frente a estos problemas, como son la selección adversa y el riesgo de mortalidad. Este trabajo se va a ocupar del primer tipo de problemas, aunque también estará relacionado con el denominado problema de la selección adversa.

Una de las formas de hacer frente, desde el punto de vista económico, a la incertidumbre de la fecha en que se producirá el fallecimiento de un jubilado, es contratar una renta vitalicia en la que una compañía de seguros asuma el riesgo de longevidad del asegurado y garantice un determinado tipo de interés a cambio de una prima única. Sin embargo, está empíricamente contrastado, Brown (1999), el hecho de que muy pocos individuos contratan rentas aseguradas, sin que se conozcan los motivos exactos que provocan esta escasez de demanda, aunque se sabe que existen determinados factores que influyen en esta decisión. Esto ha conducido a una serie de investigaciones para encontrar soluciones al “enigma de las rentas” en Estados Unidos. Entre las explicaciones estudiadas está el papel que desempeñan los motivos de herencia (Bernheim (1991), Abel y Warshawsky (1990)), selección adversa y costes de administración (Friedman y Warshawsky (1988), Mitchell et al (1999)), y la capacidad de las familias para agrupar riesgos y así sustituir el mercado de rentas privadas (Brown y Poterba (2000), Kotlikoff y Spivak (1981)). Otros motivos son: la existencia de pensiones de la Seguridad Social, la escasa flexibilidad en la forma de cobro de las prestaciones, o la falta de conocimiento por parte de los consumidores sobre el beneficio que supone cobrar en forma de renta vitalicia.

La estructura del trabajo es la que a continuación se relaciona: En el epígrafe II se realiza un análisis de las modalidades de pensión disponibles en los principales países en los que el sistema de pensiones es de cuentas de capitalización individual de aportación definida, haciendo especial hincapié en los países latinoamericanos. Posteriormente, se desarrolla un modelo de optimización basado en el planteamiento inicialmente realizado por Yaari (1965), desarrollado por Kotlikoff y Spivak (1981) o Brown y Poterba (2000) entre otros, que se aplica para determinar la utilidad esperada que proporciona cada una de las modalidades de pensión analizadas en función de las distintas preferencias y percepciones de los individuos. También se realiza un análisis del bienestar individual a partir del concepto de riqueza equivalente. Por último, al modelo básico se le van incorporando características con el fin de poder contestar a la pregunta de si las modalidades de pensión disponibles se deberían limitar exclusivamente a las rentas vitalicias, tal y como ocurre en los sistemas de reparto, para evitar el *problema* de la *selección adversa*.

II.-MODALIDADES DE PENSIÓN

La descripción de las modalidades de pensión va a ser referida principalmente a los países de Latinoamérica con sistemas de pensiones reformados, y dentro de éstos al caso chileno como referente y a partir de éste se realizarán referencias a las distintas particularidades de los otros países.

Las opciones básicas de cobro de la pensión de jubilación en Chile son: Renta Vitalicia, Retiro Programado, o una combinación de ambas. También, véase Tabla 1, en Colombia, Perú y El Salvador se pueden encontrar las mismas opciones. En los otros países contemplados hay más variaciones.

En el retiro programado el afiliado obtiene el cobro de la pensión con cargo al saldo de su cuenta de capitalización individual, que al permanecer bajo la responsabilidad y gestión de la administradora permite que el jubilado se beneficie de la rentabilidad del Fondo. La pensión se fija por períodos anuales y se expresa en “unidades de fomento”. La cuantía se calcula considerando el saldo de la cuenta individual, el tipo de interés técnico definido por ley y las expectativas de vida del trabajador y de su grupo familiar según las tablas de mortalidad del Instituto Nacional de Estadística. El perfil que el contratante de esta modalidad suele poseer se caracteriza por: expectativa de vida reducida, tolerancia a la fluctuación anual del importe de la pensión (normalmente con perfil decreciente), preferencia por una eventual mayor rentabilidad de su fondo (el jubilado asume el riesgo de reinversión y el riesgo sistemático) y por dejar herencia a familiares o terceros.

La renta vitalicia es la modalidad de pensión que contrata el afiliado con una compañía de seguros de vida. Se suscribe un contrato irrevocable entre las partes, por el que el afiliado transfiere los fondos de su cuenta individual a la compañía aseguradora, a cambio de lo cual ésta se obliga a pagar al nuevo pensionista una renta mensual fija de por vida expresada en “unidades de fomento”, una cuota mortuoria y pensiones de supervivencia a los beneficiarios, según sea el caso. El perfil del comprador de la renta vitalicia se caracteriza por: elevada expectativa de esperanza de vida, aversión al riesgo, preferencia por una pensión estable (con lo que renuncia a rentabilidades potencialmente elevadas a cambio de mayor seguridad), tener beneficiarios de pensión de supervivencia jóvenes. La administradora asume todos los riesgos, lo que se traduce en un mayor precio por sus servicios.

La renta temporal con renta vitalicia diferida es una combinación de las dos modalidades de pago antes referidas. En este caso, el afiliado contrata con una compañía de seguros de vida el cobro de una renta mensual a contar desde una fecha expresamente determinada, reteniendo en la cuenta de capitalización individual los fondos suficientes para obtener de la administradora una renta temporal para el período que transcurrirá hasta que entre a regir la renta vitalicia diferida. En esta modalidad el afiliado mantiene la propiedad de los fondos de la renta temporal y, por lo tanto, durante este plazo asume el riesgo financiero. El fondo restante es transferido a la compañía de seguros con la que contrató la renta vitalicia diferida, compañía que pasa a ser propietaria de los fondos, por lo que queda obligada a asumir los riesgos financiero y de supervivencia del afiliado. En este caso, el perfil del contratante presenta similares características al anterior, pero tiene preferencia por una mayor pensión al inicio.

En la mayoría de los países la renta vitalicia es de tipo “familiar”, el afiliado contrata con una Compañía de Seguros de Vida el cobro de una renta mensual hasta su muerte y una pensión de supervivencia para sus beneficiarios.

Algunos países presentan particularidades. En Bolivia, existen dos opciones: Renta vitalicia fija y mensualidad vitalicia variable. Esta última modalidad se puede definir como un retiro programado de grupo. Se diferencia del retiro programado normal porque cubre el riesgo de supervivencia individual, aunque, al contrario que la renta vitalicia, no otorga garantía demográfica alguna, lo cual abarata su precio. En realidad, es un tipo de autoseguro de supervivencia asumido por el grupo de personas que, permaneciendo en la misma administradora, han elegido esta modalidad. Además, se suele ofrecer la posibilidad de poder invertir el saldo entre Fondos con diferentes combinaciones de rentabilidad-riesgo.

Tabla 1: Modalidades de pensión								
	CHILE	PERÚ	COLOMBIA	ARGENTINA	URUGUAY	MÉXICO	BOLIVIA	EL SALVADOR
Retiro Programado	Sí	Sí	Sí	Sí	No	Sí	No	Sí
Retiro Fraccionado	No	No	No	Sí	No	No	No	No
Renta Vitalicia	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Retiro Programado o Renta Temporal con Renta Vitalicia Diferida	Sí	Sí	Sí	No	No	No	No	Sí
Excedente de Libre Disponibilidad	Sí ¹	Sí ²	Sí ³	Sí ⁴	No	Sí ⁵	No	Sí
Fuente: Devesa, Martínez y Vidal (2000) y diversos Organismos Reguladores								

¹ El saldo de la cuenta de capitalización individual (CCI) debe permitir financiar una prestación superior al 70% de la remuneración imponible de los últimos 10 años y al 120% de la pensión mínima.

² El saldo de la CCI debe permitir financiar una prestación superior al 80% del promedio de las remuneraciones. En el caso de invalidez, se considera como tope el 70% de la remuneración asegurable máxima.

³ El saldo de la CCI debe permitir financiar una prestación superior al 110% de la pensión mínima de vejez o al 70% del ingreso base de liquidación.

⁴ El saldo de la CCI debe permitir financiar una superior al 70% de la renta imponible de los últimos 5 años y a tres veces el valor de la máxima prestación básica universal (PBU). El excedente no podrá superar 500 veces la máxima PBU en el mes de cálculo.

⁵ El saldo de la CCI debe permitir financiar una pensión superior al 130% de la pensión garantizada, descontada la prima de seguro de supervivencia.

En Perú, la cuantía de la renta es constante en el tiempo, si bien en el caso de renta vitalicia familiar, cuando se percibe en soles, se reajusta la pensión por el Índice de Precios al Consumo (IPC) o el indicador que lo sustituya. Esta modalidad de pensión puede ser otorgada en soles o en dólares (no se reajusta al IPC).

El retiro fraccionado es una modalidad exclusiva del sistema argentino y sólo pueden optar aquellos afiliados cuyo saldo en su cuenta de capitalización individual (CCI) no alcance el mínimo para optar a una prestación periódica mínima (teniendo en cuenta una serie de aspectos como la esperanza de vida, etc.), extinguiéndose al agotarse el saldo de la CCI o a la muerte del afiliado.

En la mayoría de los países si el afiliado obtiene una pensión superior a un determinado límite, puede utilizar el llamado “Excedente de Libre Disponibilidad” para el uso que el afiliado estime conveniente.

En resumen, de acuerdo con todo lo anterior, los países de América Latina se pueden agrupar en tres clases diferentes:

- a) Países en donde no existe libertad de elección y obligatoriamente la modalidad de pensión tiene que ser la renta vitalicia: Bolivia y Uruguay.
- b) Países en los que sí existe cierta libertad de elección y no hay rentas preexistentes procedentes de la Seguridad Social: Chile, Colombia, México, El Salvador y Perú.
- c) Países en los que sí existe cierta libertad de elección y puede haber rentas preexistentes procedentes de la Seguridad Social: Argentina.

Las modalidades de pensión disponibles en otros países con cuentas de capitalización no son uniformes. Según Doyle y Piggot (2000), en Australia, a los partícipes se les permite el acceso al saldo completo del fondo cuando se alcanza la edad de jubilación, optando la mayoría de los jubilados por esta opción, pero también tienen bastante aceptación las rentas programadas. En Hong-Kong, WorldBank (2001), también se les proporciona entera libertad a los pensionistas para que puedan retirar en forma de capital la totalidad del saldo acumulado, si bien este sistema ha comenzado este mismo año y no se tiene mucha experiencia sobre su funcionamiento. En el Reino Unido, los pensionistas pueden retirar hasta un 25% del fondo acumulado en forma de capital, pero a los 75 años como máximo deben de adquirir una renta vitalicia obligatoriamente. Parecido es el caso de Singapur, Doyle, Mitchell y Pigott (2001), donde los partícipes, alcanzada la edad de 55 años, pueden obtener del fondo una prestación en forma de capital siempre que la cuantía acumulada sobrepase un valor mínimo; éste debe ser destinado a la compra de una renta programada o renta vitalicia. En Suecia, Sunden (2000), los pensionistas deben adquirir obligatoriamente una renta vitalicia y además es el propio Estado el que la proporciona. Por último, en Polonia y Hungría, Chlon, Gora y Rutkowski (1999), también es obligatoria la compra de rentas vitalicias alcanzada la edad de jubilación, pero con entidades aseguradoras privadas.

III.- EL MODELO BÁSICO DE ELECCIÓN DE LA MODALIDAD DE PENSIÓN

En la fecha de jubilación, el individuo debe decidir cómo distribuir su riqueza acumulada, para asegurarse de que podrá hacer frente a sus necesidades de consumo futuras, enfrentándose al problema de maximizar la utilidad esperada que obtendrá con el flujo de consumo elegido. Más formalmente, obtener el flujo de consumo óptimo en este modelo de ciclo de vida multi-período y estocástico, (la incertidumbre deviene de la fecha en la que el individuo fallecerá) requiere aplicar el método de optimización de Euler, complementado con otras técnicas de programación dinámica.

Sea $U(C_t)$ la función de bienestar de un período definida sobre el consumo; δ es la tasa pura de preferencia del tiempo, es decir, el factor de actualización exponencial clásico de la utilidad futura; w el máximo largo de vida posible de un individuo:

La utilidad esperada viene dada por la siguiente expresión:

$$UE = \sum_{t=e_j}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1+\delta)^{t+1-e_j}} {}_{t+1-e_j}P_{e_j} \quad [1.]$$

Entonces el problema del consumidor, asumiendo aditividad y separabilidad del consumo a lo largo del tiempo, y que el individuo no tiene acceso al mercado de rentas actuariales es:

$$\max_C \sum_{t=e_j}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1+\delta)^{t+1-e_j}} {}_{t+1-e_j}P_{e_j} \quad [2.]$$

$$\text{s.a. } C_t = W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1} \quad [3.]$$

$$W_t \geq 0, \quad \forall t \quad [4.]$$

donde:

- W_t : Riqueza en el momento que corresponde a la edad t ,
- w : Edad final de la tabla de mortalidad considerada.
- e_j : Edad de jubilación del consumidor,
- ${}_{t-e_j}P_{e_j}$: Probabilidad de que un individuo de edad e_j alcance la edad t ,
- r : Tipo de interés real de mercado (se supone constante a lo largo de la vida del jubilado)
- π : Tasa de inflación esperada.
- C_t : Consumo en cada momento t (se considera anual pospagable).

Se parte de la hipótesis de que los individuos manifiestan una aversión relativa al riesgo β constante (lo que implica una aversión absoluta al riesgo decreciente), y que su función de utilidad del consumo adopta la siguiente forma:

$$U(C_t) = \begin{cases} \frac{\left[\frac{C_t}{(1+\pi)^{t+1-ej}} \right]^{1-\beta} - 1}{1-\beta}, & \text{si } \beta \neq 1 \\ \text{Ln} \left[\frac{C_t}{(1+\pi)^{t+1-ej}} \right], & \text{si } \beta = 1 \end{cases} \quad [5.]$$

donde β representa tanto la aversión al riesgo como la inversa de la elasticidad de la sustitución intertemporal del consumo: para β elevada, el individuo está menos dispuesto a sustituir consumo a lo largo del tiempo en respuesta a incentivos proporcionados a través del tipo de interés. Una comodidad analítica que brinda la elección de esta función de utilidad es que el problema permanece invariable a la escala de la riqueza.

Además, se considera como hipótesis adicional que el estado civil del individuo es soltero, lo que no supone una pérdida de valor de modelo ya que los resultados alcanzados por Brown (1999) indican que la capacidad del modelo simple de ciclo de vida para predecir la conducta en las rentas es más fuerte entre solteros⁶. Asimismo, se adopta el supuesto de que no existen motivos de herencia, lo que matemáticamente significa que la riqueza en cada momento no tiene que tener un nivel mínimo. En relación con esta última hipótesis, en el último trabajo citado se pone en duda⁷ la importancia de los motivos de herencia en la influencia de las decisiones marginales de comprar rentas. Esto indica que un modelo simple de ciclo de vida sin herencia⁸ genera predicciones que son consistentes con la conducta marginal de compra de rentas vitalicias y, como tal, proporciona una primera y útil aproximación de la conducta del consumidor.

En este caso, el flujo de consumo óptimo se obtiene a partir de las siguientes ecuaciones⁹:

⁶ Determinar el bienestar de las rentas vitalicias en un contexto de parejas requiere un número de suposiciones adicionales en la estructura de la función de utilidad y en la estructura de las pensiones de los beneficiarios.

⁷ Ni la presencia de hijos ni la presencia de motivo de herencia tienen un efecto significativo en la decisión de comprar rentas vitalicias. Estos resultados coinciden con los de Hurd (1987) que dice que los motivos de herencia no tienen un efecto significativo en la conducta marginal financiera de los contribuyentes de edades elevadas. Sin embargo, esto está en contradicción con las aportaciones de Bernheim (1991) y Laitner y Juster (1996), que afirman que los motivos de herencia influyen en la decisión de comprar rentas vitalicias.

⁸ Brown (2001) introduce el motivo de herencia en el modelo; los resultados alcanzados indican que en muy pocos casos la compra de renta vitalicias de manera obligatoria produce una disminución del bienestar, si bien es cierto que las ganancias de bienestar son inferiores a las conseguidas en el modelo de ciclo de vida sin herencia.

⁹ Véase el trabajo de Lejárraga, Vidal y Devesa (2001).

$$C_{ej} = \frac{W_{ej} - W_{\omega} [(1+r)(1+\pi)]^{-(\omega-ej)}}{\sum_{t=ej}^{\omega-1} (1+\pi) \left[\frac{1+r}{1+\delta} \right]^{\frac{t-ej}{\beta}} [{}_{t-ej}P_{ej+1}]^{\frac{1}{\beta}} [1+r]^{-(t-(ej-1))}} \quad [6.]$$

$$C_t = C_{ej} (1+\pi)^{t-ej} \left[\frac{1+r}{1+\delta} \right]^{\frac{t-ej}{\beta}} [{}_{t-ej}P_{ej+1}]^{\frac{1}{\beta}} \quad [7.]$$

Como se deduce de la ecuación [7], la elección del consumo óptimo depende de: la aversión al riesgo del jubilado, la relación entre el tipo de interés de mercado y la tasa de preferencia del tiempo y de las probabilidades de supervivencia en cada momento. En el caso de que el tanto de descuento de la utilidad sea mayor o igual que el tipo de interés, el flujo de consumo es decreciente en términos reales. En caso contrario, la evolución del consumo dependerá del peso relativo de la mencionada relación sobre la probabilidad de vida¹⁰.

La respuesta clásica para hacer frente al riesgo de longevidad es la contratación de una renta (A_t), normalmente a cambio de una prima única.

$$A_{ej} = \frac{W_{RENTAS}}{\sum_{t=ej}^w \frac{(1+\alpha)^{t-ej} \cdot \theta}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)} {}_{t+1-ej}P_{ej}^*}} \quad [8.]$$

$$A_t = A_{ej} (1+\alpha)^{t-ej}, \quad \forall t \quad [9.]$$

Se trata de una renta vitalicia, creciente con un incremento anual igual a α . En el caso de que la renta esté indizada a la inflación, α coincidirá con π . Cuando $\alpha=0$, la renta es constante, es decir, decreciente en términos reales. El término θ representa los gastos de gestión que cobra la compañía de seguros; normalmente $\theta = \left[\frac{1+ggi}{1-gge} \right]$, donde

ggi son los recargos que establece la compañía en concepto de coste de administración de la póliza de seguros: gestión de pagos, emisión de recibos, notificaciones al asegurado,..., mientras que el factor gge corresponde a los gastos de gestión externa aplicados, en concepto de gastos derivados de la comercialización de la póliza: comisiones a agentes,... ${}_{t+1-ej}P_{ej}^*$ es la probabilidad de que un individuo de edad ej alcance la edad $t+1$, en función de las tablas de mortalidad utilizadas por la compañía de seguros y W_{RENTAS} es la parte de la riqueza inicial que el individuo destina a la contratación de la renta vitalicia.

En este caso la restricción dada por la riqueza se puede plantear de dos formas diferentes. El primer planteamiento sería equivalente al aplicado en uno de los trabajos considerados pioneros, Kotlikoff y Spivak (1981), cuya restricción principal puede expresarse como:

¹⁰ Véanse figuras 1 y 2.

$$W_0 = \sum_{t=e_j}^{w-1} \frac{C_t \cdot {}_{t+1-e_j}P_{e_j}}{[(1+r)(1+\pi)]^{t+1-e_j}} + \frac{W_\omega}{[(1+r)(1+\pi)]^{\omega-e_j}} \quad [10.]$$

es decir, el *valor actual esperado* del consumo no puede exceder su riqueza inicial (a diferencia de la restricción considerada en el supuesto de que el individuo no tenga acceso al mercado de rentas actuariales, en cuyo caso, el *valor actual* del consumo no debe exceder el valor de su riqueza inicial); o lo que es lo mismo, Mitchell (2001), el acceso a rentas actuariales reduce el precio relativo del consumo futuro. Además, a diferencia de los mencionados autores, se incluye de forma explícita la posibilidad de que el consumidor desee dejar una riqueza final distinta de cero W_w .

La restricción expresada en la ecuación [10] es equivalente, de acuerdo con Lejárraga, Vidal y Devesa (2001), a:

$$W_{t+1} = W_t(1+r)(1+\pi) + [A_{e_j}(1+\alpha)^{t-e_j} - C_t] {}_{t+1-e_j}P_{e_j} \quad [11.]$$

donde W_{e_j} es igual a la riqueza inicial en el momento de la jubilación, deducido el importe destinado a rentas:

$$W_{e_j} = W_0 - W_{RENTAS} \quad [12.]$$

La optimización del consumo conduce a:

$$C_{e_j} = \frac{W_{e_j} + \sum_{t=e_j}^{w-1} \frac{A_{e_j} \cdot (1+\alpha)^{t-e_j} {}_{t+1-e_j}P_{e_j}}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(e_j-1)}} - W_\omega [(1+r)(1+\pi)]^{-(\omega-e_j)}}{\sum_{t=e_j}^{\omega-1} (1+\pi) \left[\frac{1+r}{1+\delta} \right]^{\frac{t-e_j}{\beta}} \cdot {}_{t+1-e_j}P_{e_j} \cdot [1+r]^{-(t-(e_j-1))}} \quad [13.]$$

$$C_t = C_{e_j} (1+\pi)^{t-e_j} \left[\frac{1+r}{1+\delta} \right]^{\frac{t-e_j}{\beta}} \quad [14.]$$

Está claro, por tanto, que la elección del flujo de consumo que maximiza la utilidad esperada depende de diversos factores: del nivel de riqueza inicial, de la renta que el individuo decida contratar y, por tanto, de la cuantía de riqueza destinada a la misma, de la riqueza final deseada, del tipo de interés de mercado r , de la tasa de inflación π , de la impaciencia del consumidor δ , de la esperanza de vida del individuo y del grado de aversión al riesgo β que éste manifieste.

Otro aspecto importante es la condición de no negatividad de la riqueza y que explícitamente no aparece en el trabajo de Kotlikoff y Spivak (1981), lo que hace que las fórmulas obtenidas sólo sean aplicables en determinados casos.

En concreto, en el supuesto de que $\delta > (1+r) \left[\frac{1+\pi}{1+\alpha} \right]^\beta - 1$ se observa que la riqueza se hace negativa, por tanto las fórmulas del consumo obtenidas no son válidas, sino que en este caso el consumo que proporciona la máxima utilidad esperada destinando toda la riqueza a la contratación de una renta vitalicia es el que coincide en todo momento con el importe de dicha renta vitalicia, es decir, el consumo óptimo es $C_t = A_{ej} (1+\alpha)^{t-ej}, \forall t$.

Por lo tanto, añadiendo al modelo la siguiente restricción,

$$W_t \geq 0 \quad [15.]$$

se puede expresar el flujo de consumo óptimo como sigue:

$$C_{ej} = \begin{cases} \frac{W_{ej} + \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{A_{ej} \cdot (1+\alpha)^{t-ej}}{[(1+r)(1+\pi)]^{t-(ej-1)}} P_{ej} - \frac{W_\omega}{[(1+r)(1+\pi)]^{(\omega-ej)}}}{\sum_{t=ej}^{\omega-1} (1+\pi) \left[\frac{1+r}{1+\delta} \right]^\beta \cdot P_{ej} \cdot [1+r]^{-(t-(ej-1))}}, \delta \leq (1+r) \left[\frac{1+\pi}{1+\alpha} \right]^\beta - 1 \\ A_{ej}, \quad \delta > (1+r) \left[\frac{1+\pi}{1+\alpha} \right]^\beta - 1 \end{cases} \quad [16.]$$

$$C_t = \begin{cases} C_{ej} (1+\pi)^{t-ej} \left[\frac{1+r}{1+\delta} \right]^\beta, \delta \leq (1+r) \left[\frac{1+\pi}{1+\alpha} \right]^\beta - 1 \\ A_{ej} (1+\alpha)^{t-ej}, \quad \delta > (1+r) \left[\frac{1+\pi}{1+\alpha} \right]^\beta - 1 \end{cases}$$

[17.]

Este planteamiento facilita la obtención del flujo de consumo óptimo a través de una expresión analítica, sin tener que recurrir a técnicas de programación dinámica, permite obtener una expresión analítica de la medida de la riqueza equivalente. Sin embargo, si se calcula la utilidad esperada que se deriva de este modelo, se obtiene un resultado sorprendente: en los casos en lo que se ha trabajado siempre se consigue una mayor utilidad esperada destinando la riqueza disponible a rentas no indizadas a la inflación, es decir, decrecientes en términos reales, que la obtenida con rentas totalmente indizadas a la inflación, o lo que es lo mismo, constantes en términos reales.

Esto contradice el hecho de que el jubilado, a través de la función de utilidad elegida, prefiere un flujo de consumo estable a lo largo del tiempo.

Este resultado conduce a replantear la restricción presupuestaria aplicada, considerando más adecuado expresar la riqueza:

$$W_{t+1} = W_t(1+r)(1+\pi) + A_{ej}(1+\alpha)^{t-ej} - C_t \quad [18.]$$

$$W_t \geq 0 \quad [19.]$$

siendo W_{ej} la riqueza inicial, deducida la riqueza destinada a rentas.

La restricción así expresada es similar a la que plantean Brown, Mitchell y Poterba (1999). Es decir, el consumidor al enfrentarse con el problema de optimización valora el consumo de forma análoga al caso en que no tiene acceso a las rentas, sin aplicarle las probabilidades de vida, como hacen Kotlikoff y Spivak (1981). La diferencia viene dada porque ahora existe un flujo de ingresos cierto igual a la renta vitalicia (que la compañía de seguros pagará al asegurado mientras viva).

En este caso, la solución analítica obtenida a partir de las ecuaciones de Euler de forma similar al problema con la restricción [11], conduce a valores de la riqueza negativos en prácticamente la totalidad de los casos, con lo que no es posible reducir la solución del problema a una fórmula analítica, sino que es necesario recurrir a métodos de programación dinámica que permitan obtener el consumo óptimo y la utilidad esperada.

Algunos países, tal y como se ha comentado en el apartado anterior, al reformar sus sistemas de pensiones, han optado por incluir, con determinadas restricciones, la modalidad de pensión en forma de renta programada. En este tipo de renta, el jubilado mantiene una cuenta de capitalización individual, pudiendo retirar el importe que se obtiene de dividir el saldo acumulado en su cuenta por el capital necesario para pagar una unidad de pensión. El cálculo se hace cada año, teniendo en cuenta -además de la rentabilidad real alcanzada con el fondo acumulado- que, como consecuencia de vivir un año más, cambia la relación entre los fondos disponibles y la esperanza de vida y que la tasa de interés técnico utilizada también se modifica cada año, en función de la evolución de los mercados.

De esta forma, en cada edad t , el importe máximo de la renta que puede retirar, vendrá dado por:

$$A_t = \frac{W_t^{RP}(1+i)(1+\pi)}{\sum_{s=t}^w \frac{1}{[(1+i)(1+\pi)]^{s+1-t}} P_t}, \quad \forall t \quad [20.]$$

donde W_t^{RP} es el fondo acumulado en la cuenta de capitalización al inicio de la anualidad correspondiente a la edad t :

$$W_t^{RP} = W_{t-1}^{RP} (1+i)(1+\pi) - A_{t-1}, \quad \forall t \quad [21.]$$

e i es la rentabilidad que se espera obtener en el fondo acumulado en la cuenta de capitalización, que se supone igual a la realmente obtenida.

Aplicando esta igualdad recursivamente se obtiene:

$$W_t^{RP} = W_{ej}^{RP} [(1+i)(1+\pi)]^t - \sum_{s=ej}^{t-1} A_s \cdot [(1+i)(1+\pi)]^{t-(s+1)}, \quad \forall t \quad [22.]$$

Se supone que en cada edad t , el individuo retira del fondo acumulado el importe de renta máximo permitido (A_t), y que mantiene una riqueza inicial no destinada a rentas W_{ej} . Se asume, además, que si el consumo en el año t es inferior al importe de renta programada A_t , el excedente pasa a formar parte de la riqueza no destinada a renta, es decir:

$$W_{t+1} = W_t(1+r)(1+\pi) - C_t + A_t \quad [23.]$$

Bajo este supuesto, el problema de maximización se concreta en:

$$\max_C \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1+\delta)^{t+1-ej}} P_{ej} \quad [24.]$$

$$\text{s.a. } C_t = W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1} + A_t \quad [25.]$$

$$W_{\omega} \geq 0 \quad [26.]$$

siendo

$$W_{ej} = W_0 - W_{ej}^{RP} \quad [27.]$$

Este planteamiento permite, de forma similar a los casos anteriores, determinar una expresión analítica para el flujo de consumo óptimo que, sin embargo, en una gran parte de los casos contemplados origina una riqueza negativa, lo que obliga a utilizar técnicas de programación dinámica que proporcionen unos resultados consistentes con el modelo.

IV.- UTILIDAD ESPERADA Y RIQUEZA EQUIVALENTE EN EL MODELO BÁSICO

En este epígrafe, a partir de las tablas de mortalidad y supervivencia GRMF-95, se ha calculado el valor de la utilidad esperada, en función de diferentes grados de aversión al riesgo¹¹, tipo de interés de mercado y tasa de preferencia de acuerdo con el modelo exponencial, tanto para hombres como para mujeres.

Inicialmente se ha considerado que la compañía de seguros no aplica ningún tipo de gastos en la contratación de la renta vitalicia a prima única (tanto constante como creciente), así como que las probabilidades que utiliza en la determinación de la prima coinciden con las probabilidades subjetivas del consumidor (las que él considera a la hora de valorar la utilidad esperada en función de la información adicional de que dispone). Además, se ha supuesto que el tipo de interés real del mercado, r , es el 3%, que el grado de aversión al riesgo puede tomar cuatro valores que representan suficientemente a los individuos, que la edad de jubilación es de 65 años tanto para hombres como para mujeres, y que la inflación es igual a $r/2$. Asimismo, se han establecido los siguientes valores de tasa de preferencia en función del grado de impaciencia¹² del individuo:

- (A) Muy impaciente: $\delta = 2[(1+r)(1+\pi) - 1]$
- (B) Impaciente: $\delta = 1,5[(1+r)(1+\pi) - 1]$
- (C) Indiferente a la impaciencia: $\delta = [(1+r)(1+\pi) - 1]$
- (D) Poco impaciente: $\delta = 0,5[(1+r)(1+\pi) - 1]$
- (E) Muy poco impaciente: $\delta = 0,25[(1+r)(1+\pi) - 1]$

Analizando la utilidad esperada obtenida a partir del flujo de consumo futuro que maximiza la utilidad esperada en las diferentes situaciones, se puede establecer el perfil teórico de los individuos que tienen más probabilidades de destinar toda o parte de la riqueza acumulada en la jubilación a la contratación de una renta vitalicia (indizada o no indizada). En las tablas 2 y 3 se presenta un extracto de la jerarquización alcanzada.

¹¹ Llama poderosamente la atención la gran disparidad de resultados a la que llegan los distintos autores. Algunos estudios empíricos estiman valores de la aversión relativa al riesgo cercanos a la unidad (Laibson, Repetto y Tobacman, (1998)). Por otra parte, otros trabajos sugieren valores para este parámetro mayores que 1 (Barsky et al, (1997), Friend y Blume, (1975)), o incluso un rango entre 2 y 25 (Baxter y King, (1999) según indican Mitchell, Brown y Poterba (1999)). Sin embargo, existen trabajos basados en estudios econométricos en los que los valores estimados son mucho menores, entre un 0,2 y un 0,4 (Stock y Wise, (1990) y Shea, (1995)), o aproximadamente un 0,5 (Gourinchas y Parker, (1999)). Brown (1999, sobre la base de la Encuesta de Salud y Jubilación (HRS), realizada por el Instituto de Investigación Social de la Universidad de Michigan, que preguntaba detalles de finanzas, salud, jubilación y otras cuestiones pertinentes para una amplia sección transversal de individuos cercanos a la jubilación, obtiene cuatro grupos muestrales que pueden ser catalogados en términos de su aversión al riesgo y cuyos valores son (0,7-1,5-2,9-5). Doyle y Piggot (2000) utilizan valores entre 0,5 y 2,5, sin embargo, Walliser (1999) utiliza un rango de valores de 2 a 20, que a la vista de la literatura citada parece francamente excesivo. En este estudio se han considerado valores cercanos a los utilizados por Brown (1999), de cualquier manera no parece que exista un consenso en la literatura especializada acerca de cuáles son los valores que deban emplearse.

¹² En la mayoría de los trabajos citados no se suele hacer hincapié en el grado de impaciencia. Pocas veces se considera a las personas impacientes o muy impacientes; esto puede ser debido a que representan mayores dificultades de cálculo.

Todo parece indicar que las rentas vitalicias deberían ser obligatorias ya que en la mayoría de los casos son las que proporcionan un mayor bienestar.

Tabla 2: Jerarquización hombres					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	Poco averso 0,7	Moderadamente Averso 1,5	Averso 2,9	Muy averso 4,4
Muy Impaciente		No Indizada	No Indizada	No Indizada	No Indizada
Impaciente		No Indizada	No Indizada	No Indizada	No Indizada
Indiferente		No Indizada	No Indizada	Indizada	Indizada
Poco Impaciente		Indizada	Indizada	Indizada	Indizada
Muy poco impaciente.		Indizada	Indizada	Indizada	Indizada
Fuente: Elaboración propia					

Tabla 3: Jerarquización mujeres					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	Poco averso 0,7	Moderadamente Averso 1,5	Averso 2,9	Muy averso 4,4
Muy Impaciente		Sin rentas	No Indizada	No Indizada	No Indizada
Impaciente		No Indizada	No Indizada	No Indizada	No Indizada
Indiferente		No Indizada	No Indizada	Indizada	Indizada
Poco Impaciente		Indizada	Indizada	Indizada	Indizada
Muy poco impaciente.		Indizada	Indizada	Indizada	Indizada
Fuente: Elaboración propia					

Por otra parte, la utilidad esperada sin destinar nada a rentas siempre está por debajo de la obtenida cuando se destina la riqueza acumulada a la contratación de una renta asegurada vitalicia con una compañía de seguros, a cambio de una prima única, salvo en el caso de las mujeres poco aversas al riesgo y con gran impaciencia por consumir. Este resultado es consistente con las conclusiones de Yaari (1965) que afirma que, cuando no existen motivaciones para dejar una herencia, el individuo siempre hará una mejor valoración si puede acceder al mercado de rentas que cuando no tiene acceso a éste.

La contratación de una renta constante en términos nominales (decreciente en términos reales o no indizada), resulta más útil que la contratación de una renta indizada a la inflación (constante en términos reales), en individuos con impaciencia por el consumo. Si el individuo es indiferente al consumo dependerá de su actitud frente al riesgo: cuanto mayor sea su aversión al riesgo mayor tendencia tendrá a elegir una renta vitalicia indizada a la inflación.

Hasta ahora no se ha hecho ningún tipo de consideración en relación con las motivaciones que pudiera tener el consumidor para dejar una herencia. En el primer caso planteado, es decir, cuando no se destina ninguna riqueza a la contratación de una renta asegurada, si el jubilado fallece antes del máximo de largo de vida dejará alguna herencia (la riqueza que no ha podido consumir debido a su fallecimiento). Por el contrario, si el individuo destina toda su riqueza a la contratación de la renta vitalicia, cuando fallece no le queda ninguna riqueza por consumir, lo que permite evitar herencias no deseadas y obtener una mayor rentabilidad.

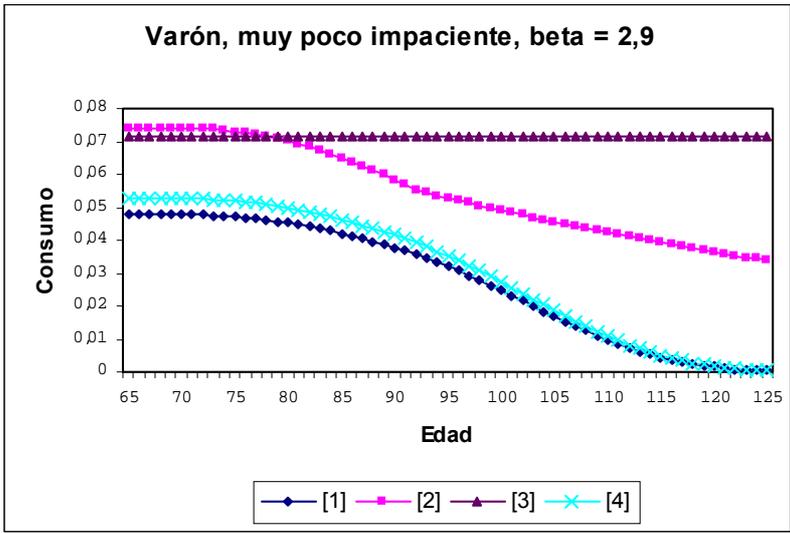
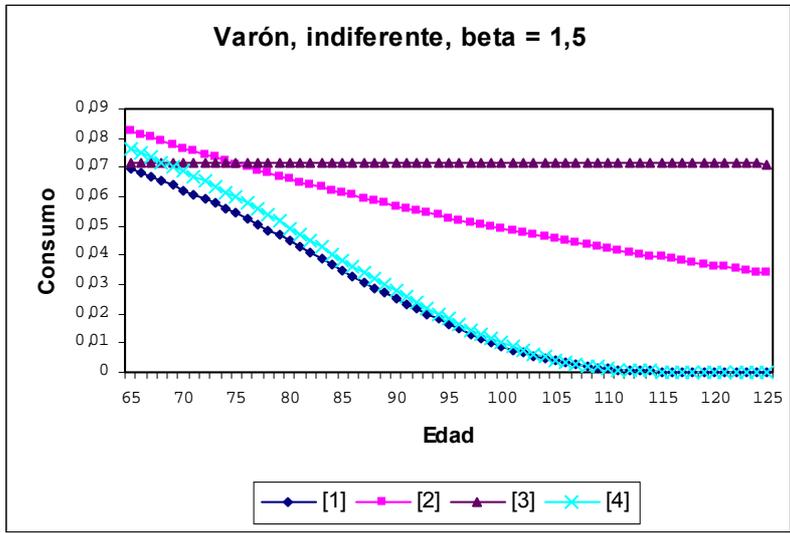
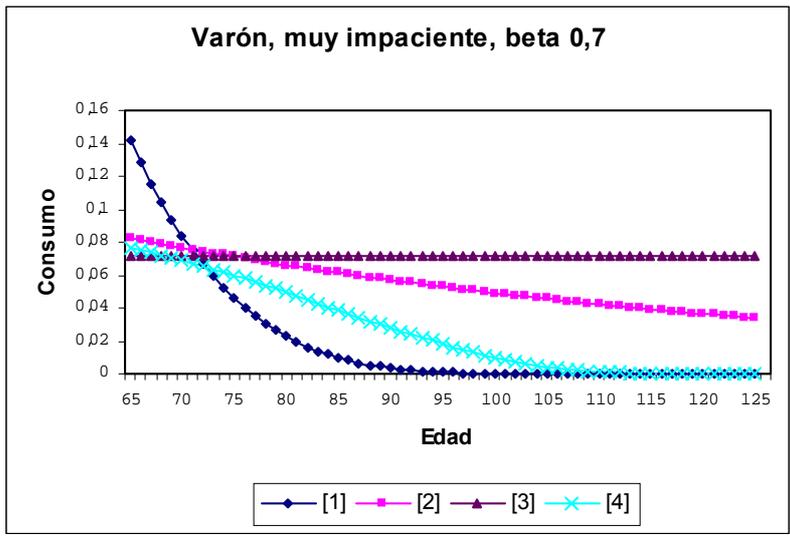


Figura 1. Flujo de consumo óptimo para hombres.
 [1]-Sin rentas, [2]-Rta. no indizada, [3]-Rta. indizada, [4]-Rta. Programada

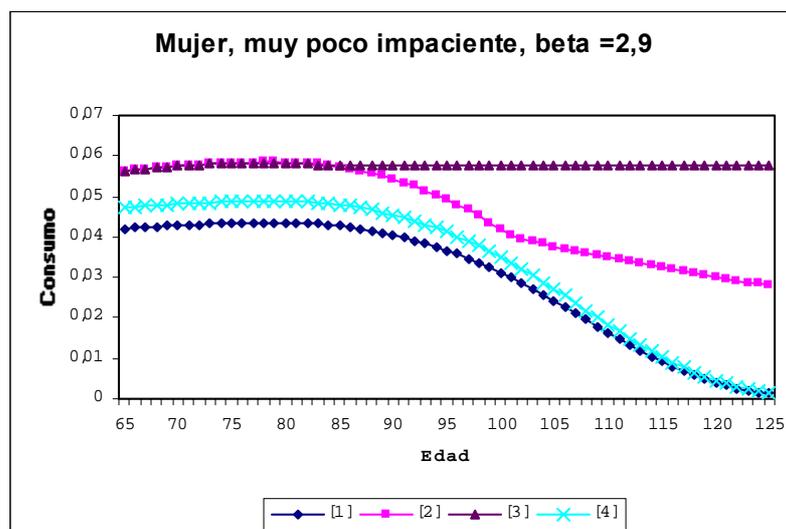
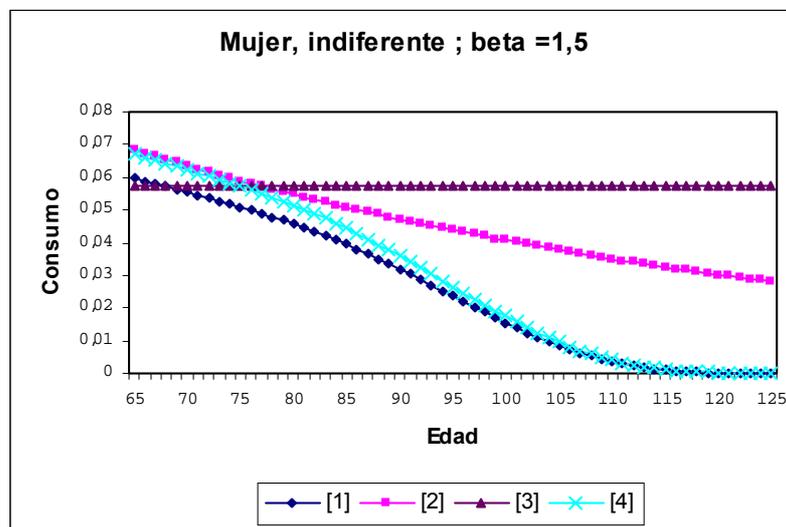
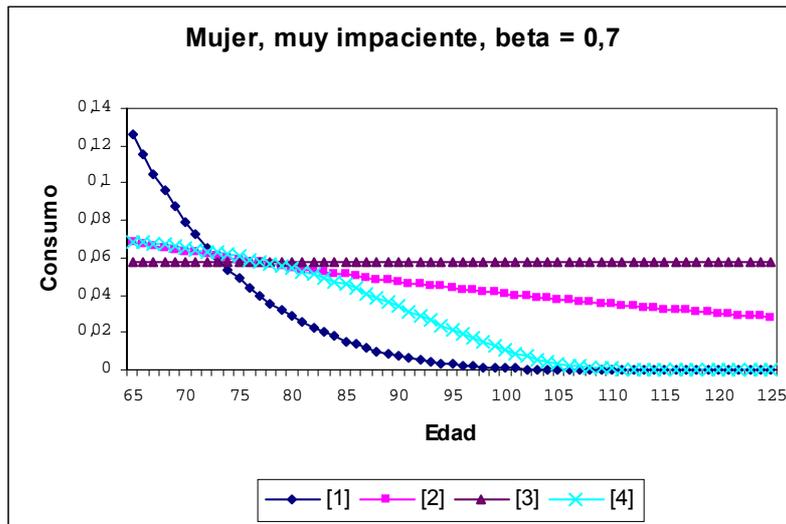


Figura 2. Flujo de consumo óptimo para mujeres.
 [1]-Sin rentas, [2]-Rta. no indizada, [3]-Rta. indizada, [4]-Rta. Programada

En las anteriores figuras se representan los gráficos en los que aparece el flujo de consumo real óptimo para el caso de no utilizar rentas, utilizar una renta vitalicia constante en términos nominales o una renta indizada, así como en el caso de que se opte por una renta programada; tanto para hombres como para mujeres. En principio, los gráficos segundo y tercero de cada figura parecen los más adecuados para ilustrar el *valor* de las rentas vitalicias. Parece claro que estos instrumentos pueden mejorar la situación económica de las personas cuando no es posible el acceso al mercado de rentas, ya que, dado que la esperanza de vida es incierta, el pensionista debería gastar lentamente la riqueza en forma de dinero acumulada tras la jubilación para asegurarse un consumo adecuado en caso de vivir durante un período prolongado. Es constatable que este tipo de *autoseguro* es muy poco eficiente, ya que aumenta las posibilidades de que las personas consuman menos de lo que podrían haber consumido si supieran con exactitud la fecha de fallecimiento.

La eficiencia del autoseguro se puede incrementar notablemente mediante la contratación de las rentas vitalicias que acumulan el riesgo de todos los individuos y permite proporcionar al pensionista un consumo mayor y más estable a lo largo del tiempo, eliminando el riesgo de agotar los recursos y caer en la indigencia. El consumo óptimo con renta programada en los gráficos segundo y tercero tiene, prácticamente, la misma forma que el flujo óptimo cuando no se accede a rentas aunque ligeramente desplazado hacia arriba; esto no es más que el reflejo del mayor rendimiento que se consigue en la cuenta de capitalización individual. Tal y como ya se ha comentado con anterioridad, la ganancia de bienestar dependerá de diversos factores: la existencia o no de rentas preexistentes, la cuantía de la riqueza destinada a comprar rentas, de la riqueza final deseada, del tipo de interés del mercado r , de la tasa de inflación π , de la impaciencia del consumidor δ , de la esperanza de vida del individuo y del grado de aversión al riesgo β que éste manifieste.

La ganancia de bienestar se puede valorar mediante una medida que determina cuál sería el nivel de riqueza adicional necesario para situarse en la misma curva de utilidad esperada en cualquiera de los casos analizados. Esta medida es la *riqueza equivalente* que viene dada por:

$$REQU = \frac{W_0 + \Delta W}{W_0} \quad [28.]$$

siendo ΔW la cantidad de riqueza adicional que se debe dar al consumidor para que, siguiendo su flujo de consumo óptimo en cualquiera de los casos planteados, pueda alcanzar el mismo nivel de utilidad que obtiene cuando maximiza el flujo de consumo en cualquier otro de ellos. Más específicamente, esta medida va dirigida a evaluar cuánto valoraría el consumidor, averso al riesgo, la posibilidad de poder contratar una renta vitalicia¹³ y poder protegerse contra el riesgo de una excesiva longevidad en términos de la métrica que aporta la teoría de la utilidad.

Brown, Mitchell y Poterba (1999) utilizan un algoritmo de búsqueda numérico para encontrar el valor de la riqueza equivalente. Sin embargo, en el primer modelo planteado, es posible obtener una expresión analítica¹⁴ que permita obtener directamente

¹³ O en su caso una renta programada.

¹⁴ Véase el trabajo de Lejárraga, Vidal y Devesa (2001).

dicho valor, dado que la riqueza equivalente vendrá dada por el porcentaje μ_{ij} que cumple:

$$U_i(\mu_{ij}W_0) = U_j(W_0), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad [29.]$$

siendo:

$U_1(W)$: utilidad esperada en el caso 1 (no hay acceso al mercado de rentas)

$U_2(W)$: utilidad esperada en el caso 2 (compra una renta con prima única)

$U_3(W)$: utilidad esperada en el caso 3 (destina su riqueza a una renta programada)

μ_{ij} representa el porcentaje de incremento sobre la riqueza inicial que sería necesario para que un individuo en la situación j obtenga la misma utilidad que un individuo en la situación i .

Kotlikoff y Spivak (1981) también obtienen una expresión analítica para medir la riqueza equivalente, si bien, la forma de la función de utilidad elegida y la no consideración del caso en que la aversión al riesgo es igual a uno, les ha permitido obtener una expresión más sencilla.

Evidentemente, $\mu_{ij} = 1$, para $i=j$

Si se considera la impaciencia del individuo por consumir y, más concretamente, su relación con el tipo de interés, la inflación y la aversión al riesgo, se obtienen los distintos valores de riqueza equivalente que se derivan de la relación expresada en función de los diferentes parámetros utilizados. Asimismo, y al igual que ocurre para determinar la utilidad esperada, si se plantea la restricción presupuestaria de acuerdo con la ecuación [18], es necesario utilizar programas de optimización dinámica que posibiliten obtener la riqueza equivalente en cada situación.

Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes tablas:

Tabla 4: Riqueza equivalente en hombres. Rentas no indizadas¹⁵					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		<u>1,092</u>	<u>1,279</u>	<u>1,448</u>	<u>1,546</u>
Impaciente		<u>1,190</u>	<u>1,383</u>	<u>1,500</u>	<u>1,581</u>
Indiferente		<u>1,292</u>	<u>1,436</u>	1,545	1,609
Poco Impaciente		1,390	1,493	1,581	1,631
Muy poco impaciente.		1,433	1,519	1,596	1,641
Fuente: Elaboración propia					

El resultado marcado en cursiva en la tabla 4, significa que el individuo sería indiferente ante una unidad monetaria destinada a rentas y 1,092 de riqueza no destinada a rentas, o lo que es lo mismo, estará dispuesto a renunciar a 1,092 unidades de riqueza corriente para tener 1 una unidad monetaria materializada en una renta vitalicia. Por lo tanto, se observa que en todos los casos le resulta más útil al individuo destinar su

¹⁵ En todas las tablas aparecen subrayados los valores de la riqueza equivalente de las rentas no indizadas (indizadas) que son mayores a los de las rentas indizadas (no indizadas). En negrita se resaltan los valores inferiores a la unidad, lo que significa que es preferible la riqueza sin rentas.

riqueza a la contratación de una renta vitalicia constante en términos nominales (decreciente en términos reales). La valoración de la renta es mayor, en términos de bienestar, en la medida que se incremente la aversión al riesgo y disminuya su impaciencia por el consumo.

Tabla 5: Riqueza equivalente en Mujeres. Rentas no indizadas					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,994	<u>1,142</u>	<u>1,266</u>	<u>1,333</u>
Impaciente		<u>1,086</u>	<u>1,207</u>	<u>1,306</u>	<u>1,356</u>
Indiferente		<u>1,176</u>	<u>1,264</u>	1,336	1,373
Poco Impaciente		1,247	1,306	1,358	1,387
Muy poco impaciente.		1,273	1,322	1,367	1,392
Fuente: Elaboración propia					

En este caso, tan sólo cuando el grado de aversión al riesgo es muy pequeño y el individuo se muestra muy impaciente por consumir, se observa que se obtiene una mayor utilidad cuando no se contratan rentas (el valor de la riqueza equivalente en este caso es menor que la unidad). Esto se debe a que la mayor valoración de la renta vitalicia no compensa la limitación que supone la contratación de una renta por un importe de la prima igual a la cuantía disponible para consumir. Cuando δ es muy grande, el individuo valora mucho menos el consumo futuro que el consumo actual. También llama la atención que la valoración que realizan las mujeres de la renta es menor que la de los hombres, aunque sobre este aspecto los resultados que aparecen en la literatura son diversos: Kotlikoff y Spivak (1981) y Walliser (1999) muestran una mayor valoración para los hombres¹⁶, sin embargo, los resultados de Brown (2001) varían según las tablas de mortalidad utilizadas.

Tabla 6: Riqueza equivalente en hombres. Rentas indizadas					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		1,049	1,233	1,406	1,515
Impaciente		1,159	1,326	1,480	1,577
Indiferente		1,281	1,424	<u>1,555</u>	<u>1,638</u>
Poco Impaciente		1,407	1,520	<u>1,628</u>	<u>1,697</u>
Muy poco impaciente.		<u>1,467</u>	<u>1,566</u>	<u>1,662</u>	<u>1,724</u>
Fuente: Elaboración propia					

Tabla 7: Riqueza equivalente en mujeres. Rentas indizadas					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,943	1,089	1,218	1,297
Impaciente		1,049	1,184	1,283	1,350
Indiferente		1,162	1,259	<u>1,346</u>	<u>1,400</u>
Poco Impaciente		<u>1,267</u>	<u>1,336</u>	<u>1,402</u>	<u>1,445</u>
Muy poco impaciente.		<u>1,310</u>	<u>1,368</u>	<u>1,426</u>	<u>1,464</u>
Fuente: Elaboración propia					

¹⁶ La explicación es clara para Kotlikoff y Spivak (1981), está simplemente relacionada con la mayor esperanza de vida de las mujeres.

Tratándose de rentas totalmente indizadas a la inflación, también se observa que la utilidad esperada es superior que si no se destina riqueza a rentas vitalicias, siendo la riqueza equivalente mayor o menor que la obtenida en el caso de rentas no indizadas, dependiendo del grado de impaciencia por el consumo y su aversión al riesgo, tal y como ya se comentó en el epígrafe anterior. Mayores valores del parámetro de aversión al riesgo implican una preferencia cada vez mayor por las rentas indizadas.

Las conclusiones obtenidas a partir de los resultados alcanzados para hombres son extrapolables al caso en el que el consumidor es mujer, aunque hay que resaltar que al igual que ocurría con las rentas no indizadas, se observa que se obtiene una mayor utilidad cuando no se contratan rentas si el grado de aversión al riesgo es muy pequeño y el individuo se muestra muy impaciente por consumir.

En cualquiera de los sexos, cuanto más averso al riesgo se muestra el consumidor, mayor es la riqueza adicional necesaria que le proporciona el mismo nivel de utilidad que cuando contrata rentas vitalicias: los individuos más aversos al riesgo valoran mucho más el aseguramiento de la longevidad que ofrecen los seguros de rentas vitalicias.

En relación con las rentas programadas, los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 8: Riqueza equivalente en hombres destinando la riqueza inicial a una renta programada indizada.							
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	Rdto = 2%		Rdto = 3%		Rdto = 4%	
		$\beta = 0,7$	$\beta = 2,9$	$\beta = 0,7$	$\beta = 2,9$	$\beta = 0,7$	$\beta = 2,9$
Muy Impaciente		0,795	0,900	0,888	1,000	0,985	1,102
Indiferente		0,881	0,900	0,981	1,000	1,084	1,102
Muy poco impaciente.		0,900	0,900	1,000	1,000	1,101	1,102

Fuente: Elaboración propia

Tabla 9: Riqueza equivalente en mujeres destinando la riqueza inicial a una renta programada indizada.							
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	Rdto = 2%		Rdto = 3%		Rdto = 4%	
		$\beta = 0,7$	$\beta = 2,9$	$\beta = 0,7$	$\beta = 2,9$	$\beta = 0,7$	$\beta = 2,9$
Muy Impaciente		0,757	0,880	0,865	1,000	0,977	1,123
Indiferente		0,861	0,880	0,981	1,000	1,104	1,123
Muy poco impaciente.		0,868	0,880	0,989	1,000	1,123	1,123

Fuente: Elaboración propia

Evidentemente, la utilidad esperada cuando se accede a una renta programada, dependerá del tipo de interés conseguido en la cuenta de capitalización individual: cuanto más elevado sea éste, mayor será la utilidad alcanzada. Como se puede observar, para que la contratación de una renta programada proporcione al consumidor al menos la misma utilidad que se deriva de un consumo a partir de la riqueza acumulada a la jubilación, es necesario que el tipo de interés mínimo garantizado en la renta programada sea igual al tipo de interés del mercado, y sólo a partir de un cierto grado de aversión al riesgo y para un bajo nivel de impaciencia por el consumo: los individuos poco aversos al riesgo y muy impacientes por consumir preferirían no destinar su riqueza a una cuenta individual desde la que percibirían una renta programada. Cuando

la garantía de interés supera en un punto al tipo de interés del mercado, la riqueza equivalente ya es superior a la unidad, aunque incluso en este caso, si la aversión al riesgo es pequeña y la actitud hacia el consumo denota mucha impaciencia, el consumidor sigue prefiriendo no transformar sus ahorros en una renta programada. En cualquiera de los casos, el bienestar alcanzado es inferior al que se consigue a través de la contratación de una renta vitalicia actuarialmente justa, indizada o no, a cambio de una prima única

Es de destacar el hecho de que, bajo la modalidad de rentas programadas, cuando el tipo de interés garantizado es suficientemente elevado, las mujeres obtienen una mayor utilidad que los hombres en prácticamente la totalidad de los casos contemplados (en todos, excepto para los individuos con una aversión al riesgo y una impaciencia muy pequeñas): las mujeres valoran más el aumento de la garantía de interés en la cuenta de capitalización afecta a la renta programada que los hombres. En el caso de que la compañía de seguros garantice una rentabilidad igual a la del mercado, la utilidad alcanzada es similar en ambos sexos.

Otra cuestión interesante cuando se habla de pensiones de jubilación es la edad a la cual se empieza a percibir la pensión. Los sistemas de pensiones de jubilación que se financian a través de la capitalización suelen ser, además, de aportación definida, por lo que existe mayor libertad a la hora de elegir la edad de jubilación. Así por ejemplo, en Chile casi un 50% de las personas se jubilan anticipadamente. En el modelo básico se ha supuesto una edad de jubilación de 65 años. En las tablas siguientes se calcula el efecto en la riqueza equivalente cuando se produce un adelanto y un retraso de 5 años sobre la considerada edad normal de acceso a la jubilación.

Tabla 10: Riqueza equivalente en hombres en función de la edad de jubilación. Rentas no indizadas.			
Consumo (δ)/ Riesgo (β)	Edad jubilación 60 años	Edad jubilación 65 años	Edad jubilación 70 años
Muy Impaciente / 0,7	<u>1,039</u>	<u>1,092</u>	<u>1,161</u>
Indiferente /1,5	<u>1,349</u>	<u>1,436</u>	<u>1,532</u>
Muy poco impaciente/2,9	1,480	1,596	1,746
Fuente: Elaboración propia			

Tabla 11: Riqueza equivalente en mujeres en función de la edad de jubilación. Rentas no indizadas.			
Consumo (δ)/ Riesgo (β)	Edad jubilación 60 años	Edad jubilación 65 años	Edad jubilación 70 años
Muy Impaciente / 0,7	0,955	0,994	<u>1,043</u>
Indiferente /1,5	<u>1,210</u>	<u>1,264</u>	<u>1,333</u>
Muy poco impaciente/2,9	1,288	1,367	1,466
Fuente: Elaboración propia			

En el caso en que se anticipe la edad de jubilación a los 60 años, se observa que existe una disminución en la riqueza equivalente respecto a la que resulta para una edad de jubilación 65 años; lo que significa que el individuo obtiene una menor utilidad cuando accede a las rentas actuariales a una edad más temprana. De igual manera el retraso en la edad de jubilación incrementa la valoración que el jubilado hace de las rentas vitalicias. Este resultado es consistente con el obtenido por Kotlikoff y Spivak

(1981), ya que para ellos las personas de menos edad valoran menos las rentas vitalicias dado que gran parte de la utilidad derivada del consumo es casi cierta, debido a que las probabilidades de supervivencia en su futuro más inmediato son bastante elevadas.

Tabla 12: Riqueza equivalente en hombres en función de la edad de jubilación. Rentas indizadas.			
Consumo (δ)/ Riesgo (β)	Edad jubilación 60 años	Edad jubilación 65 años	Edad jubilación 70 años
Muy Impaciente / 0,7	0,989	1,049	1,123
Indiferente /1,5	1,344	1,424	1,527
Muy poco impaciente/2,9	<u>1,549</u>	<u>1,662</u>	<u>1,805</u>
Fuente: Elaboración propia			

Tabla 13: Riqueza equivalente en mujeres en función de la edad de jubilación. Rentas indizadas.			
Consumo (δ)/ Riesgo (β)	Edad jubilación 60 años	Edad jubilación 65 años	Edad jubilación 70 años
Muy Impaciente / 0,7	0,896	0,943	1,009
Indiferente /1,5	1,204	1,259	1,328
Muy poco impaciente/2,9	<u>1,348</u>	<u>1,426</u>	<u>1,524</u>
Fuente: Elaboración propia			

En el caso de rentas indizadas, los resultados son similares a los alcanzados con las rentas no indizadas.

Tabla 14: Riqueza equivalente en hombres en función de la edad de jubilación. Rentas programadas, $i=4\%$.			
Consumo (δ)/ Riesgo (β)	Edad jubilación 60 años	Edad jubilación 65 años	Edad jubilación 70 años
Muy Impaciente / 0,7	0,978	0,985	0,991
Indiferente /1,5	1,115	1,102	1,089
Muy poco impaciente/2,9	1,115	1,102	1,089
Fuente: Elaboración propia			

Tabla 15: Riqueza equivalente en mujeres en función de la edad de jubilación. Rentas programadas, $i=4\%$.			
Consumo (δ)/ Riesgo (β)	Edad jubilación 60 años	Edad jubilación 65 años	Edad jubilación 70 años
Muy Impaciente / 0,7	0,968	0,977	0,986
Indiferente /1,5	1,137	1,123	1,109
Muy poco impaciente/2,9	1,137	1,123	1,109
Fuente: Elaboración propia			

La tendencia que sigue la riqueza equivalente en el caso de rentas programadas es diferente en función del caso observado. En el primero de los supuestos considerados -consumidor muy impaciente y con poca aversión al riesgo-, los resultados son similares a los obtenidos cuando el individuo destina su riqueza a la contratación de una renta vitalicia, es decir, la riqueza equivalente es creciente con la edad de jubilación, y la riqueza equivalente que corresponde a las mujeres es inferior a las de los hombres. Sin

embargo, cuando disminuye la impaciencia y aumenta la aversión al riesgo que muestra el jubilado, la tendencia se invierte en los dos sentidos: las mujeres consiguen un mayor bienestar con la renta programada que los hombres, como ya ocurría cuando la edad de jubilación era de 65 años, y la riqueza equivalente disminuye cuando se accede a la jubilación con una edad más tardía.

V.- RIQUEZA EQUIVALENTE E IMPERFECCIONES DEL MERCADO

A pesar de que los resultados iniciales indican que, en general, los individuos sin motivaciones para dejar una herencia siempre obtendrían una mayor utilidad con la contratación de una renta vitalicia a través de una compañía de seguros que sin destinar su riqueza a rentashay que concluir que los mercados de rentas aseguradas no están suficientemente desarrollados. Hasta ahora, se ha considerado que el mercado es actuarialmente justo ¿Qué ocurre si se incluyen las denominadas *imperfecciones* del mercado? En este caso, los resultados en la utilidad alcanzada variarán de forma sustancial en función de cómo se determine la cuantía de las rentas vitalicias utilizadas.

Una de las dificultades que tiene la compañía a la hora de determinar el precio que debe establecer en las rentas aseguradas que comercializa es predecir convenientemente las tasas de mortalidad que se darán en el colectivo objeto de aseguramiento. Es evidente que si la compañía infravalora la evolución de la mortalidad del grupo asegurado, se producirá una insuficiencia en las provisiones acumuladas para hacer frente al pago de las rentas comprometidas y una posible insolvencia de la propia compañía de seguros. Para paliar esto, y teniendo en cuenta que las personas que piensan que vivirán más años son las que demandan más rentas aseguradas, las compañías aseguradoras utilizan tablas de mortalidad y supervivencia específicas para los colectivos de personas que contratan rentas aseguradas, que difieren de las tablas de mortalidad que se emplean para la población general.

Hay suficiente evidencia empírica en la literatura económica que revela que quien voluntariamente decide comprar rentas vitalicias vive más que la media de la población general. Mitchell y McCarthy (2001) muestran, en su estudio internacional, que la *selección adversa* asociada con los compradores de rentas vitalicias voluntarios reduce, al menos un 25%, las tasas de mortalidad esperada. Friedman y Warshawsky (1990) y más recientemente Mitchell et al. (1999) demuestran que las rentas vitalicias en Estados Unidos tienden a ser más caras que lo que cabría esperar de la esperanza de vida de la población general. En particular, Mitchell et al. (1999) calculan que para un varón de 65 años, el valor de la renta anual es entre el 15 y el 25 por ciento menor que lo que correspondería de acuerdo con las tablas de mortalidad general derivada de población. Ellos también concluyen que, alrededor de la mitad de esta reducción, es causada por el hecho de que los rentistas viven más que la media de los americanos, siendo el resto reflejo de los costes de administración. Finkelstein y Poterba (2000) encuentran que el valor de las rentas vitalicias contratadas voluntariamente por hombres de 65 años en Gran Bretaña es entre el 10 y el 15% menor que el que se deriva de la utilización de las tablas de mortalidad del conjunto de la población. Más del 60% de esta reducción es causada por la mayor vida de los rentistas comparada con la media de la población.

En el ámbito específico de América Latina, Palacios y Rofman (2001) indican que las autoridades establecen las tablas de mortalidad que se deben utilizar en los

cálculos de las rentas vitalicias que se ofrecen en estos países. En concreto, se aprobaron tablas especiales en Argentina, Chile, Colombia y Perú, que muestran unas tasas de supervivencia bastante superiores a las de la población general. La diferencia persiste incluso cuando se comparan con la mortalidad proyectada, que va desde aproximadamente el 3% en Argentina hasta casi el 14% en Perú.

Por otra parte, se ha observado, WorldBank (2001), que en Estados Unidos, Gran Bretaña, Suecia y Holanda la longevidad está muy relacionada con los ingresos a lo largo de la vida, y la gente con mayor riqueza tiende a vivir más. Así, el hecho de que los rentistas vivan más en media, también podría reflejar un segundo hecho: la correlación ingresos-mortalidad, ya que las rentas vitalicias adquiridas voluntariamente se comercializan mayormente entre personas situadas en los cuartiles superiores de riqueza.

Una segunda posible imperfección de los mercados de rentas es consecuencia de los costes de transacción. Según los datos proporcionados por diversas compañías de seguros en España, actualmente se están aplicando unos gastos de gestión y comercialización en torno al 2,5% en promedio, teniendo en cuenta que los gastos varían enormemente en función del tipo de red que comercializa los productos dentro de la compañía: agentes, mediadores de seguros, oficinas bancarias, Internet,... Estos gastos hacen que la renta ofrecida por la entidad aseguradora sea inferior que la que se obtendría en ausencia de dichas comisiones. Según Devesa y Vidal (2001) también en los países de América Latina la transformación del ahorro acumulado en una renta vitalicia soporta comisiones elevadas. Así, en Chile es conocido el alto nivel de comisiones cobradas por los corredores de rentas vitalicias, alrededor de un 7% del ahorro acumulado por el afiliado y, en algunos casos, incluso más.

Por este motivo, se analizan a continuación cuáles son los resultados en la utilidad y en la riqueza equivalente si se considera que el valor final de la renta obtenido en la ecuación [8] disminuye en un 15% (considerado el efecto conjunto de la diferente probabilidad de mortalidad y gastos de gestión aplicados por las aseguradoras), para un mismo nivel de riqueza destinado a la contratación de una renta vitalicia.

A la vista de los resultados, tablas 16 a 19, se comprueba que cuando las rentas vitalicias disponibles en el mercado no son "actuarialmente justas", algunos consumidores, en concreto aquéllos con un grado de aversión al riesgo pequeño y mucha impaciencia por consumir, consiguen un mayor bienestar cuando no contratan este tipo de rentas, es decir, cuando optimizan su flujo de consumo a partir de los recursos generados al tipo de interés del mercado con la riqueza acumulada a la fecha de jubilación.

Tabla 16: Riqueza equivalente en hombres. Rentas no indizadas al 85%					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,928	<u>1,087</u>	<u>1,231</u>	<u>1,314</u>
Impaciente		<u>1,011</u>	<u>1,152</u>	<u>1,275</u>	<u>1,344</u>
Indiferente		<u>1,098</u>	<u>1,214</u>	1,313	1,368
Poco Impaciente		1,181	1,269	1,344	1,387
Muy poco impaciente.		1,218	1,291	1,357	1,395
Fuente: Elaboración propia					

Tabla 17: Riqueza equivalente en mujeres. Rentas no indizadas al 85%					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,845	0,970	<u>1,076</u>	<u>1,133</u>
Impaciente		0,923	1,026	<u>1,110</u>	<u>1,152</u>
Indiferente		0,999	1,075	1,135	1,167
Poco Impaciente		1,060	1,110	1,154	1,179
Muy poco impaciente.		1,082	1,124	1,162	1,183
Fuente: Elaboración propia					

Tabla 18: Riqueza equivalente en hombres. Rentas indizadas al 85%					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,892	1,048	1,195	1,288
Impaciente		0,985	1,127	1,258	1,340
Indiferente		1,089	1,210	<u>1,322</u>	<u>1,392</u>
Poco Impaciente		<u>1,196</u>	<u>1,292</u>	<u>1,384</u>	<u>1,442</u>
Muy poco impaciente.		<u>1,247</u>	<u>1,331</u>	<u>1,413</u>	<u>1,466</u>
Fuente: Elaboración propia					

Tabla 19: Riqueza equivalente en mujeres. Rentas indizadas al 85%					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,801	0,925	1,036	1,103
Impaciente		0,892	0,997	1,091	1,147
Indiferente		0,988	1,070	<u>1,144</u>	<u>1,190</u>
Poco Impaciente		<u>1,077</u>	<u>1,135</u>	<u>1,192</u>	<u>1,228</u>
Muy poco impaciente.		<u>1,113</u>	<u>1,163</u>	<u>1,212</u>	<u>1,244</u>
Fuente: Elaboración propia					

Además, se observa que la riqueza financiera equivalente varía en todos los casos exactamente en el mismo porcentaje que determina la diferencia entre lo que en que el consumidor consideraría una renta "actuarialmente justa" y la que ofrece la compañía de seguros. En este caso, la riqueza equivalente que proporciona la misma utilidad sin contratar rentas que destinando toda la riqueza inicial disponible a una renta vitalicia, es un 15% inferior a la que se necesitaría cuando la renta contratada no contuviera ningún tipo de gastos ni recargos en las tasas de supervivencia.

De esta forma, se puede determinar hasta qué porcentaje de disminución en el valor de la renta vitalicia asegurada sobre el valor de la renta actuarialmente equivalente a la prima aportada en los términos anteriormente mencionados, estaría dispuesto a aceptar el consumidor, dado que todavía le resultaría más útil contratar la renta que no hacerlo. Por ejemplo, en el caso de rentas no indizadas, cuando el consumidor es varón, la máxima reducción en la renta aceptable sería¹⁷:

¹⁷ R1: riqueza equivalente con renta actuarialmente justa; R2: riqueza equivalente con renta igual al x% de la renta actuarialmente justa (ej. 85%). Se cumple: $(R1-R2)/R1 = (1-x)$, por tanto: $R1-R2=(1-x)*R1$, luego $R2=x*R1$. Si se quiere que $R2=1$ (sea indiferente contratar una renta equivalente al x% de la renta actuarialmente justa o no contratar rentas), $x=1/R1$. La reducción máxima que estaría dispuesto a aceptar es $1-x=1-(1/R1)$.

Tabla 20: Porcentaje máximo de reducción de la renta en hombres. Rentas no indizadas.					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		8,4%	21,8%	30,9%	35,3%
Impaciente		15,9%	27,7%	33,3%	36,7%
Indiferente		22,6%	30,4%	35,3%	37,9%
Poco Impaciente		28,1%	33,0%	36,8%	38,7%
Muy poco impaciente.		30,2%	34,2%	37,4%	39,1%
Fuente: Elaboración propia					

El individuo valora más las rentas vitalicias cuando menos impaciente es por consumir y más aversión al riesgo muestra, con lo que está dispuesto a pagar a una entidad aseguradora hasta un 39,1% más de lo que resultaría actuarialmente justo para poder acceder a una renta vitalicia constante nominalmente.

VI.- RIQUEZA EQUIVALENTE CON RENTAS VITALICIAS PREEXISTENTES.

Además de los *problemas de selección adversa* que hacen que las entidades aseguradoras apliquen tasas de renta más caras que las que el individuo considera justas desde el punto de vista actuarial, con lo que disminuye el bienestar que consigue el consumidor con su contratación, existen otros factores que influyen en la decisión de contratar una renta, como es la existencia previa de rentas vitalicias que pueda percibir el jubilado, que ya le proporcionan un determinado nivel de protección frente a la incertidumbre del largo de vida.

Los resultados obtenidos son diferentes si se considera la decisión de contratar rentas vitalicias por parte de un individuo que ya mantiene una parte de su riqueza en una renta vitalicia preexistente. En tal caso, el modelo de optimización al que se enfrenta el consumidor se concreta, suponiendo que no tiene acceso al mercado de rentas actuariales, en:

$$\max_C \sum_{t=e_j}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1+\delta)^{t+1-e_j}} P_{e_j}^{t+1-e_j} \quad [30.]$$

$$\text{s.a. } C_t = W_t(1+r)(1+\pi) - W_{t+1} + R_t \quad [31.]$$

$$W_t \geq 0 \quad [32.]$$

$$\text{donde: } W_{e_j} = W_{NR}, \quad [33.]$$

$$\text{y } W_0 = W_{NR} + W_{RP}, \quad [34.]$$

siendo:

W_{NR} : Nivel de riqueza inicial que no se destina a rentas

W_{RP} : Nivel de riqueza inicial en rentas vitalicias preexistentes

R_t es una renta vitalicia pospagable, que se supone derivada de un sistema de previsión público¹⁸ o privado preexistente.

En este caso, el consumidor valora la riqueza que le proporciona esta renta preexistente en base a sus probabilidades subjetivas y al tipo de interés real del mercado. Además, se supone que dicha renta está totalmente indizada a la inflación; esta hipótesis es la que más responde a la realidad, ya que normalmente los sistemas de previsión públicos revalorizan las pensiones garantizadas con la inflación anual, a fin de que sus pensionistas no pierdan poder adquisitivo. Por lo tanto:

$$R_{ej} = \frac{W_{RP}}{\sum_{t=ej}^w \frac{(1+\pi)^{t-ej}}{[(1+r)(1+\pi)]^{t+1-ej}} P_{ej}} \quad [35.]$$

$$R_t = R_{ej} (1+\pi)^{t-ej}, \quad \forall t \quad [36.]$$

Dentro del marco de la existencia de una renta preexistente, en el caso en el que el individuo puede contratar una renta vitalicia actuarial, el modelo se plantea como sigue:

$$\max_C \sum_{t=ej}^{\omega-1} \frac{U(C_t)}{(1+\delta)^{t+1-ej}} P_{ej} \quad [37.]$$

$$\text{s.a. } C_t = W_t (1+r)(1+\pi) - W_{t+1} + R_t + A_t \quad [38.]$$

$$W_t \geq 0 \quad [39.]$$

donde W_{ej} es igual a la riqueza inicial no invertida en rentas, es decir:

$$W_{ej} = W_{NR} \quad [40.]$$

$$\text{y,} \quad W_0 = W_{NR} + W_{RP} + W_{RENTAS} \quad [41.]$$

¹⁸ El caso argentino o incluso el caso español podrían ser similares al planteado, en los que la primera pensión derivaría de la Seguridad Social y la segunda podría ser la opción de contratar una renta vitalicia en un Plan de Pensiones privado.

Así como en otros casos es posible obtener una solución analítica, la presencia de rentas preexistentes en el modelo requiere métodos de optimización dinámica para llegar a los resultados que se muestran en las tablas 21 a 24.

Tabla 21: Riqueza equivalente en hombres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas no indizadas.					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,959	<u>1,027</u>	<u>1,102</u>	<u>1,155</u>
Impaciente		<u>1,013</u>	<u>1,077</u>	<u>1,144</u>	<u>1,190</u>
Indiferente		<u>1,074</u>	<u>1,129</u>	1,178	1,222
Poco Impaciente		1,138	1,180	1,222	1,249
Muy poco impaciente.		1,168	1,202	1,237	1,261
Fuente: Elaboración propia					

Tabla 22: Riqueza equivalente en mujeres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas no indizadas.					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,924	0,983	<u>1,044</u>	<u>1,084</u>
Impaciente		0,978	<u>1,030</u>	<u>1,080</u>	<u>1,112</u>
Indiferente		<u>1,038</u>	<u>1,076</u>	<u>1,112</u>	1,135
Poco Impaciente		1,091	1,113	1,137	1,153
Muy poco impaciente.		1,110	1,127	1,147	1,160
Fuente: Elaboración propia					

Tabla 23: Riqueza equivalente en hombres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas indizadas.					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,939	1,004	1,078	1,131
Impaciente		0,998	1,061	1,129	1,176
Indiferente		1,067	1,123	<u>1,182</u>	<u>1,223</u>
Poco Impaciente		<u>1,144</u>	<u>1,189</u>	<u>1,235</u>	<u>1,268</u>
Muy poco impaciente.		<u>1,183</u>	<u>1,220</u>	<u>1,260</u>	<u>1,289</u>
Fuente: Elaboración propia					

Tabla 24: Riqueza equivalente en mujeres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas indizadas.					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,899	0,956	1,015	1,056
Impaciente		0,960	1,011	1,062	1,097
Indiferente		1,030	1,069	1,109	<u>1,136</u>
Poco Impaciente		1,098	1,124	<u>1,151</u>	<u>1,172</u>
Muy poco impaciente.		<u>1,126</u>	<u>1,146</u>	<u>1,169</u>	<u>1,187</u>
Fuente: Elaboración propia					

Como se puede observar, la riqueza equivalente es inferior a la obtenida cuando no existen unas rentas vitalicias previas; es decir, con existencia de rentas preexistentes la utilidad que produce al consumidor la contratación de rentas vitalicias adicionales es muy inferior a la que resulta si se supone que el individuo no cuenta con protección

contra el riesgo de longevidad. Así por ejemplo, un individuo varón con un coeficiente de aversión al riesgo igual a 1,5, poco impaciente, y con un 50% del total de su riqueza en una renta vitalicia indizada, tabla 23, la conversión del resto de su riqueza en renta vitalicia indizada le produce una ganancia de bienestar del 18,9%, frente a la ganancia del 52%, tabla 6, que le producía al mismo individuo en el supuesto de que convirtiese toda su riqueza en rentas vitalicias. De otra manera, un individuo con un coeficiente de aversión al riesgo igual a 1,5 y poco impaciente, está dispuesto a renunciar tan sólo a un 15,9% de su riqueza para obtener una renta totalmente indizada a la inflación, frente al 34,2% al que renunciaría si no tuviera ya un 50% de su riqueza en una renta preexistente¹⁹. Esto es debido a que la presencia de una renta indizada preexistente proporciona un mínimo consumo que es bastante elevado.

Finalmente, si se considera el hecho de que las rentas vitalicias que se contratan en el mercado no son “actuarialmente justas”, tablas 25 a 28, se obtienen valores de riqueza equivalente que, al igual que ocurría con la no existencia de rentas preexistentes, es inferior a la que se deriva cuando las rentas que se contratan no tienen ningún tipo de recargo por gastos o diferencias en las tablas de mortalidad aplicadas. En concreto, una disminución de la renta en un 15% respecto a la que el individuo considera justa desde el punto de vista actuarial, proporciona los siguientes valores:

Tabla 25: Riqueza equivalente en hombres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas no indizadas, factor de disminución 15%.					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,885	0,940	<u>1,002</u>	<u>1,046</u>
Impaciente		0,930	0,983	<u>1,039</u>	<u>1,077</u>
Indiferente		0,983	<u>1,028</u>	<u>1,075</u>	<u>1,106</u>
Poco Impaciente		1,039	1,073	1,108	1,131
Muy poco impaciente.		1,065	1,093	1,122	1,142
Fuente: Elaboración propia					

Tabla 26: Riqueza equivalente en mujeres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas no indizadas, factor de disminución 15%.					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,855	0,904	0,955	0,988
Impaciente		0,902	0,945	0,987	<u>1,014</u>
Indiferente		0,954	0,985	<u>1,016</u>	<u>1,035</u>
Poco Impaciente		1,000	1,019	1,031	1,052
Muy poco impaciente.		1,017	1,031	1,047	1,058
Fuente: Elaboración propia					

¹⁹ Tabla 24: beta=1,5 y poco impaciente: 1,189, luego: $1 - (1/1,189) = 15,9\%$.
Tabla 6: beta=1,5 y poco impaciente: 1,520, luego: $1 - (1/1,520) = 34,2\%$.

Tabla 27: Riqueza equivalente en hombres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas indizadas, factor de disminución 15%.					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,868	0,921	0,981	1,026
Impaciente		0,918	0,969	1,025	1,065
Indiferente		0,977	1,023	1,072	1,106
Poco Impaciente		<u>1,044</u>	<u>1,080</u>	<u>1,119</u>	<u>1,146</u>
Muy poco impaciente.		<u>1,077</u>	<u>1,108</u>	<u>1,141</u>	<u>1,165</u>
Fuente: Elaboración propia					

Tabla 28: Riqueza equivalente en mujeres con una riqueza en rentas preexistentes del 50%. Rentas indizadas, factor de disminución 15%.					
Consumo $\delta \downarrow$	Riesgo $\beta \rightarrow$	$\beta = 0,7$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,9$	$\beta = 4,4$
Muy Impaciente		0,834	0,881	0,930	0,965
Impaciente		0,886	0,928	0,971	1,000
Indiferente		0,947	0,979	1,012	1,035
Poco Impaciente		<u>1,006</u>	<u>1,027</u>	<u>1,050</u>	<u>1,067</u>
Muy poco impaciente.		<u>1,030</u>	<u>1,047</u>	<u>1,066</u>	<u>1,080</u>
Fuente: Elaboración propia					

VII.-RESUMEN Y CONCLUSIONES

La construcción del modelo básico con rentas se ha realizado planteando las restricciones con dos enfoques que conducen a resultados no coincidentes:

- a) El primer planteamiento sería equivalente al aplicado en uno de los trabajos considerados pioneros, Kotlikoff y Spivak (1981), cuya restricción fundamental se basa en el supuesto de que el *valor actual esperado* del consumo no puede exceder su riqueza inicial, si bien se ha incluido de forma explícita el hecho de que el consumidor puede desear dejar una riqueza final y se ha tenido en cuenta condición de no negatividad de la riqueza. Con este planteamiento es posible obtener el flujo de consumo óptimo a través de una expresión analítica, pero los resultados indican que siempre se consigue una mayor utilidad esperada destinando la riqueza disponible a rentas constantes que la obtenida con rentas totalmente indizadas a la inflación, lo que contradice el hecho de que el jubilado, a través de la función de utilidad elegida, prefiere un flujo de consumo estable a lo largo del tiempo.
- b) En el segundo planteamiento la restricción básica es similar a la que plantean Brown, Mitchell y Poterba (1999) y (2000). Es decir, el individuo valora el consumo de forma análoga al caso en el que no tiene acceso a las rentas, sin aplicarle las probabilidades de supervivencia, pero ahora existe un flujo de ingresos cierto igual a la renta vitalicia. En este caso es necesario recurrir a métodos de programación dinámica que permitan obtener el consumo óptimo y la utilidad esperada.

Una vez el modelo básico ha quedado establecido, se ha realizado un análisis del bienestar individual a partir del concepto de riqueza equivalente, que no es más que una

medida dirigida a evaluar cuánto valoraría el consumidor, averso al riesgo, la posibilidad de poder contratar una renta vitalicia y poder protegerse contra el riesgo de una excesiva longevidad en términos de la métrica que aporta la teoría de la utilidad. El análisis de la riqueza equivalente muestra que:

- a) En todos los casos, le resulta más útil al individuo varón destinar su riqueza a la contratación de una renta vitalicia constante en términos nominales. La valoración de la renta es mayor, en términos de bienestar, en la medida que se incremente la aversión al riesgo y disminuya su impaciencia por el consumo. El análisis del consumidor mujer revela que tan sólo cuando el grado de aversión al riesgo es muy pequeño y se muestra muy impaciente por consumir, se obtiene una mayor utilidad cuando no se contratan rentas, así como que la valoración que realizan las mujeres de la renta es menor que la de los hombres.
- b) Tratándose de rentas totalmente indizadas a la inflación, el comportamiento de la utilidad esperada es análogo al caso anterior. Mayores valores del parámetro de aversión al riesgo implican una preferencia cada vez mayor por las rentas indizadas. Las conclusiones obtenidas para los hombres son extrapolables a las mujeres, aunque también aquí se observa que se obtiene una mayor utilidad cuando no se contratan rentas si el grado de aversión al riesgo es muy pequeño y el individuo se muestra muy impaciente por consumir.
- c) Por último, se analizan los efectos que produce la anticipación o retraso de la edad de jubilación sobre la considerada normal en relación con la valoración de las rentas vitalicias. Anticipos en la edad de jubilación producen una disminución en la riqueza equivalente respecto a la que resulta para la edad de referencia. De igual manera el retraso en la edad de jubilación incrementa la valoración que el jubilado hace de las rentas vitalicias.

En relación con las rentas programadas, las principales conclusiones obtenidas han sido:

- a) Los individuos poco aversos al riesgo y muy impacientes por consumir preferirían no destinar su riqueza a una cuenta individual desde la que percibirían una renta programada. Para incrementar la utilidad hasta los niveles que se alcanzan sin contratar rentas, es necesario que el tipo de interés mínimo garantizado en la renta programada sea igual al tipo de interés del mercado, y sólo a partir de un cierto grado de aversión al riesgo y para un bajo nivel de impaciencia por el consumo. En cualquiera de los casos, el bienestar alcanzado es inferior al que se consigue a través de la contratación de una renta vitalicia actuarialmente justa, indizada o no, a cambio de una prima única.
- b) Cuando el tipo de interés garantizado es suficientemente elevado, las mujeres obtienen una mayor utilidad que los hombres en prácticamente la totalidad de los casos contemplados (en todos, excepto en los individuos con una aversión al riesgo y una impaciencia muy pequeñas): las mujeres

valoran más el aumento de la garantía de interés en la cuenta de capitalización afecta a la renta programada que los hombres. En el caso de que la compañía de seguros garantice una rentabilidad igual a la del mercado, la utilidad alcanzada es similar en ambos sexos.

- c) Para consumidores muy impacientes y con poca aversión al riesgo, la riqueza equivalente es creciente con la edad de jubilación, y la que corresponde a las mujeres es inferior a las de los hombres. Sin embargo, cuando disminuye la impaciencia y aumenta la aversión al riesgo que muestra el jubilado, la tendencia se invierte en los dos sentidos: las mujeres consiguen un mayor bienestar con la renta programada que los hombres, como ya ocurría cuando la edad de jubilación era de 65 años, y la riqueza equivalente disminuye cuando se accede a la jubilación con una edad más tardía.

Al modelo básico se le han incorporado algunas de las denominadas *imperfecciones* del mercado: correcciones por mortalidad y gastos de administración. En este caso, los resultados en la utilidad alcanzada varían de forma sustancial en función de cómo se modifiquen las tasas de rentas vitalicias utilizadas. A la vista de los resultados:

- a) Cuando las rentas vitalicias disponibles en el mercado no son "actuarialmente justas", aquellos consumidores con un grado de aversión al riesgo pequeño y mucha impaciencia por consumir, consiguen un mayor bienestar cuando no contratan este tipo de rentas.
- b) La riqueza financiera equivalente varía en todos los casos exactamente en el mismo porcentaje que determina la diferencia entre lo que en que el consumidor consideraría una renta "actuarialmente justa" y la que ofrece la compañía de seguros.

Además de las denominadas imperfecciones del mercado, existen otros factores que influyen en la decisión de contratar una renta, como es la existencia previa de rentas vitalicias, generalmente indizadas a la inflación, que pueda percibir el jubilado, que ya le proporcionan un determinado nivel de protección frente a la incertidumbre del largo de vida. Con la introducción de este nuevo aspecto, bajo el supuesto de que el individuo ya posee un 50% de su riqueza en una renta vitalicia indizada actuarialmente justa, los resultados más relevantes son:

- a) La riqueza equivalente es inferior a la obtenida cuando no existen unas rentas vitalicias previas. Asimismo, aumentan los casos tanto en hombres como en mujeres en los que preferirían no contratar rentas vitalicias adicionales.
- b) Si, adicionalmente, se considera el hecho de que las rentas vitalicias que se contratan en el mercado no son "actuarialmente justas", se obtienen valores de riqueza equivalente todavía inferiores aumentando notablemente el espectro de personas, que preferirían teóricamente no contratar rentas vitalicias adicionales.

- c) Finalmente, la jubilación anticipada agrava el efecto descrito en el párrafo anterior: incremento de personas que teóricamente preferirían no contratar la renta adicional y disminución de la riqueza equivalente.

Por último, a la vista de los resultados que se acaban de mostrar, la respuesta a la pregunta de si las modalidades de pensión disponibles se deberían limitar exclusivamente a las rentas vitalicias, es no. Los resultados que arroja el modelo teórico de consumo en la vejez, a pesar de las limitaciones derivadas de la no consideración de los motivos de herencia y haberse aplicado exclusivamente a solteros, indican claramente que las modalidades de pensión disponibles no pueden ser restringidas exclusivamente a las rentas vitalicias. La realidad muestra que los mercados, y en el caso de América Latina más, distan mucho de poder ser considerados actuarialmente justos.

Parece más conveniente que la regulación de las modalidades presente cierta flexibilidad que pueda acomodar las circunstancias individuales y los objetivos de política pública. Lo más adecuado parece ser que se destine obligatoriamente una porción de fondo acumulado que proporcione al jubilado una renta vitalicia mínima, relacionada con el salario de activo y/o con la pensión mínima garantizada, y que elimine la exposición del Estado al pago de un subsidio para los retirados que han realizado un consumo excesivamente rápido de sus recursos. Los fondos que excedan de la cantidad necesaria para financiar unos ingresos suficientes a la jubilación podrían cobrarse en forma de capital o a través de una renta programada.

En los países, tal y como ocurre en Argentina, en los que el jubilado puede contar con una renta vitalicia preexistente, ésta debería ser considerada para el cálculo de la renta vitalicia mínima. Uruguay y Bolivia deberían permitir una mayor flexibilidad en las modalidades de pensión disponible, dado que la “anualización” obligatoria de todos los fondos acumulados -aunque elimina el denominado problema de la selección adversa, debido a la correlación encontrada entre riqueza y mortalidad- favorece una redistribución de recursos no intencionada desde los trabajadores más pobres hacia los de más altos ingresos, que son los que de cualquier manera contratarían más rentas vitalicias.

VIII.-BIBLIOGRAFÍA

- Abel, A.B. y M.J. Warshawsky (1990): "Especificación de the Joy of Giving: Insights from Altruism". *Review of Economics and Statistics*. 70 (1), 145-49.
- Barsky, R.B., T. Juster, M.S. Kimball y M. D. Shapiro (1997): "Preference parameters and behavioral heterogeneity: An experimental approach in the Health and Retirement Survey". *Quarterly Journal of Economics* 107 (5), 537-580.
- Bernheim, D. (1991): "How strong are Bequest Motives on Estimates of the Demand for Life Insurance". *Journal of Political Economy* 93 (6), 1045-76.
- Brown, J. R. (1999): "Private Pensions, Mortality Risk, and the decision to annuitize". National Bureau of Economic Research. Working Paper 7191. Disponible en <http://www.nber.org/papers/w7191>
- Brown, J. R. (2000): "How should we insure longevity risk in Pensions and Social Security?". Center for retirement research at Boston College. Disponible en <http://www.bc.edu/crr>
- Brown, J. R. (2001): "Redistribution and Insurance: Mandatory annuitization with mortality heterogeneity". Center for Retirement Research at Boston College. CRR WP 2001-02. Disponible en <http://www.bc.edu/crr>
- Brown, J. R., O.S. Mitchell y J.M. Poterba (1999): "The Role of Real Annuities and Indexed Bonds in An Individual Accounts Retirement Program". National Bureau of Economic Research. Working Paper 7005. Disponible en <http://www.nber.org/papers/w7005>
- Brown, J. R., O.S. Mitchell y J.M. Poterba (2000): "Mortality Risk, Inflation Risk, and Annuity Products". National Bureau of Economic Research. W.P. 7812. Disponible en <http://www.nber.org/papers/w7812>
- Brown, J. R y J.M. Poterba (2000): "Joint life annuities and annuity demand by Married Couples". *The Journal of Risk and Insurance* 67 (4) 527-554
- Chlon, A., Gora, M. y M. Rutkowski (1999): "Shaping Pension Reform in Poland: Security through Diversity" The World Bank . Social Protection Discussion Paper N. 9923. Disponible en <http://www.worldbank.org/pensions>
- Devesa, J. E., M. Martínez y C. Vidal (2000): "Análisis y valoración de los sistemas de pensiones reformados en Latinoamérica". *WP-EC-11-2000* . Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas. Disponible en <http://www.ivie.es>
- Devesa, J.E. y C. Vidal (2001): "Current Status and Provisional Assessment of Reformed Pensions Systems in Latin America" The World Bank . World Bank Pension Reform Primer. Aceptado para publicación.
- Doyle, S., Mitchell, O. S. y J. Piggott (2001): "Annuity Values in Defined Contribution Retirement Systems: The Case of Singapore and Australia". Pension Research Council Working Paper. PRC WP 2001-4. Disponible en <http://prc.wharton.upenn.edu/prc/prc.html>
- Doyle, S. y J. Piggott (2000): "Mandatory annuity in developing economies". Universidad de Nueva Gales del Sur. Disponible en <http://www.economics.unsw.edu.au/research/groups/retire.html>

- Finkelstein, A. y J. Poterba (2000): "Adverse Selection in Insurance Markets: Policyholder Evidence from The U.K. Annuity Market". National Bureau of Economic Research. Working Paper 8045. Disponible en <http://www.nber.org/papers/w8045>
- Friend, I. y M.E. Blume (1975): "The Demand for Risky Assets". *American Economic Review* 65 (12), 900-922.
- Friendman, B. y M.J. Warshawsky (1988): "Annuity prices and Saving Behavior in the United States". En Z. Bodie, J. Shoven y D. Wise Editores, *Pensions in the U.S. Economy*. Chicago: University of Chicago Press. 53-77.
- Friendman, B. y M.J. Warshawsky (1990): "The cost of annuities: implications for savings behavior and bequests". *Quarterly Journal of Economics*. 104 (2), 135-154.
- Gourinchas, P. y J. Parker (1999): "Consumption over the Life-Cycle". National Bureau of Economic Research. W.P. 7271. Disponible en <http://www.nber.org/papers/w7271>
- GRMF-95 (1996): "Probabilidades de mortalidad de las tablas GRMF-95, GKMF-95 y EVK-90". *Actuarios* 13, 29-33.
- Hurd, M. (1987): "Savings of the Elderly and Desired Bequest". *American Economic Review* 77, 298-312.
- Kotlikoff, L.J. y A. Spivak (1981): "The family as an incomplete annuities market". *Journal of Political Economy* 89, 372-391.
- Laitner, J. y Juster, F.T. (1996): "New Evidence on Altruism: A Study of TIAA-CREF Retirees". *American Economic Review* 86 (4): p. 893-908.
- Laibson, D., A. Repetto, y J. Tobacman (1998): "Self control and saving for retirement". *Brookings Papers on Economic Activity*, 1
- Lejárraga, A.; C. Vidal y J.E. Devesa (2001) "Regulación de las modalidades de pensión en los sistemas de capitalización" Mimeo. Departamento de Economía Financiera y Matemática. Universidad de Valencia.
- Mitchell, O. S. y D. McCarthy (2001): "Estimating International Adverse Selection in Annuities". Pension Research Council Working Paper. PRC WP 2001-12. Disponible en <http://prc.wharton.upenn.edu/prc/prc.html>
- Mitchell, O. S. (2001): "Developments in Decumulation: The Role of Annuity Products in Financing Retirement". Pension Research Council Working Paper. PRC WP 2001-9. Disponible en <http://prc.wharton.upenn.edu/prc/prc.html>
- Mitchell, O. S.; J. M. Poterba; M. Warshawsky y J.R. Brown (1999): "New evidence on the money's worth of individual annuities". *American Economic Review* 89 (5) 1299-1318.
- Palacios, R. y R. Rofman (2001): "Annuity markets and benefit design in multipillar pension schemes: Experience and lessons from four Latin American countries" The World Bank. World Bank Pension Reform Primer. Social Protection Discussion Paper N. 0107. Disponible en <http://www.worldbank.org/pensions>
- Sunden, A.(2000): "The Swedish Pension System" CRR Brief Paper. Center for Retirement Research at Boston College. <http://www.bc.edu/crr>

- Shea, J. (1995): "Union Contracts and the Life-Cycle/Permanent-Income hypothesis". *American Economic Review*, 85 (1) 186-200.
- Stock, J. y D. Wise (1990): "Pensions, the Option Value of Work and Retirement". *Econometrica*, 58 (5) 1151-1180.
- Yaari, M. E. (1964): "On the Consumer's Lifetime Allocation Process". *The International Economic Review* 5 (3), 304-317.
- Yaari, M. E. (1965): "Uncertain Lifetime, Life Insurance and the Theory of the Consumer". *The review of Economic Studies* 32 (90), 137-150.
- Walliser, J. (1999): "Regulation of Withdrawals in Individual Account Systems". *Working Paper 99/153*. International Monetary Fund. Disponible en <http://www.imf.org>
- WorldBank (2001): "Annuities. Regulating withdrawals from individual pension accounts". The World Bank. World Bank Pension Reform Primer. Social Protection Discussion Paper N. 0107. Disponible en <http://www.worldbank.org/pensions>