Determinación de primas de acuerdo al Apetito de riesgo de la Compañía por medio de simulaciones

Introducción

Las Compañías aseguradoras determinan sus precios basadas en modelos y en información histórica para reflejar la incertidumbre propia del riesgo así como la probabilidad de ocurrencia de un siniestro y las pérdidas monetarias derivadas de él.

Los Modelos de la Teoría de Riesgo que se exponen en este paper permitirán al usuario **el cálculo de una prima adecuada a cobrar al asegurado, suficiente para el pago de reclamaciones, de acuerdo al apetito de riesgo de la Compañía**.

Asimismo, se propone una metodología para realizar este cálculo.

Los objetivos que se proponen son los siguientes:

- Modelar mediante distribuciones las variables aleatorias involucradas en los montos que serán generados por la cartera asegurada.
- Realizar inferencia sobre dichas variables aleatorias con objeto de determinar primas acordes a la volatilidad susceptibles de incluir márgenes de riesgo que permitan afrontar posibles desviaciones en la siniestralidad.
- Determinar el nivel de suficiencia que responde a las primas de riesgo cobradas y el margen de seguridad que esto conlleva.

Para lograr estos objetivos, se aborda el uso de simulaciones Monte Carlo aplicadas al Modelo Colectivo de la Teoría de Riesgo para el cálculo de prima, con márgenes de riesgo, en función al apetito de la Compañía.

El método de simulaciones es utilizado en varios ámbitos científicos ya que es un procedimiento sencillo de realizar gracias a las herramientas y programas computacionales con los que contamos, uno de nuestros retos consiste en determinar cuántas observaciones son necesarias para que la muestra refleje el comportamiento de la variable aleatoria de interés.

Simular una muestra del monto agregado de siniestros basada en el Modelo Colectivo de la Teoría de Riesgo requiere determinar distribuciones de probabilidad al número de siniestros (frecuencia) y sus montos individuales (severidad).

Dentro de este trabajo se analizan algunas de las distribuciones que frecuentemente se utilizan para los ajustes con el objeto de encontrar la mejor..

Metodología

1- Realizar un análisis descriptivo de los siniestros ocurridos para encontrar la mejor separación de riesgos homogéneos en el portafolio, por ejemplo dividirlos en ramos o coberturas.

2- Ajustar distribuciones de probabilidad a la severidad, es decir a los montos individuales de siniestros por medio de máxima verosimilitud, momentos etc.

En ocasiones puede encontrarse que una sola distribución no refleje el comportamiento de los siniestros, por ello y cuando sea necesario, se dividen los siniestros en intervalos para obtener un mejor ajuste.

También se recomienda utilizar una distribución distinta para la cola (siniestros de monto mayor) de los siniestros con el fin de describirla separadamente de los datos pertenecientes a la masa.

Se deberán comprobar que los ajustes sean adecuados mediante pruebas gráficas por ejemplo los Q-Q plots o de bondad de ajuste tal como Kolmogorov Smirnov.

3-Ajustar el número de siniestros utilizando las distribuciones discretas Para asignar una distribución, la forma más sencilla es ver la relación entre la media y la varianza teniendo las siguientes opciones:

Poisson: Cuando la media es igual o muy cercana a la varianza

Binomial: Cuando la media es mayor a la varianza

Binomial Negativa: Cuando la media es menor a la varianza

4- Obtener simulaciones, mediante un paquete computacional, de Z y de N para calcular una observación de X. Esto se logra de la siguiente forma:

a) Se simula una observación de N a partir de su función de probabilidad

b) Se simulan N montos de siniestros individuales Z provenientes de su distribución.

c) Se suman las N simulaciones de Z para crear una observación de la distribución del monto agregado.

d) Se repite este proceso las veces que se requiera o se propone utilizar la distancia de Hellinger hasta llegar a un número de simulaciones en donde una adicional de ellas no provea de más información.

5- Mediante las simulaciones, se realizan análisis descriptivos de los percentiles y momentos y se comparan vs los empíricos. Posteriormente, se calculan suficiencias y márgenes de seguridad a partir del apetito de riesgo de la Compañía. Esto se logra conociendo bien las necesidades del mercado, los requerimientos de la Compañía y las barreras que existen en el mercado como los son el número de clientes potenciales, en general se hace una optimización del margen de seguridad.

Ejemplo Práctico

1) Análisis descriptivo

Esta cartera está integrada por datos cuyos montos van desde 41.87 a 3, 003,430.15 unidades monetarias. La media de los datos es de 18,945.32 y la mediana es de 4,871.54, por lo que observamos que una distribución de cola pesada será más adecuada por el sesgo de los datos.

Los estadísticos descriptivos por año de los siniestros individuales son los siguientes:

Estadístico / Año	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5	Año 6
Media	17,564.04	19,749.85	17,286.68	19,528.82	22,511.12	16,074.67
Desviación	37,759.95	44,848.06	57,411.37	55,010.15	123,146.85	54,287.95
Mediana	4,242.28	5,455.15	5,055.03	5,159.14	4,793.32	4,376.01
# de siniestros	592	782	865	942	987	852

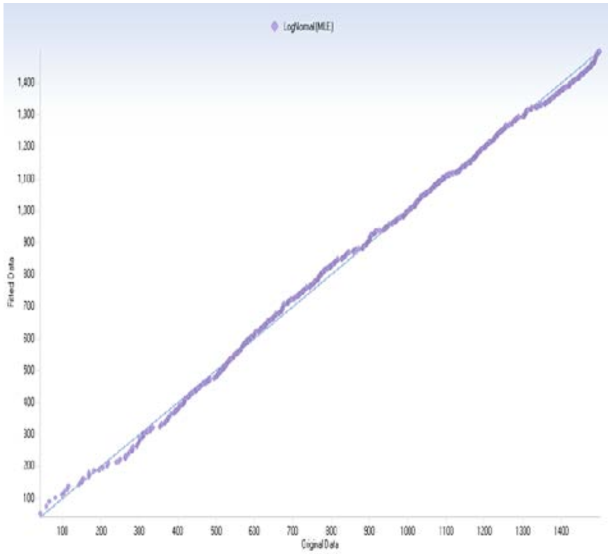
Y montos agregado anuales:

Año	Monto Agregado
Año 1	10,397,910.72
Año 2	15,444,379.94
Año 3	14,952,980.75
Año 4	18,396,150.69
Año 5	22,218,478.48
Año 6	13,695,621.58

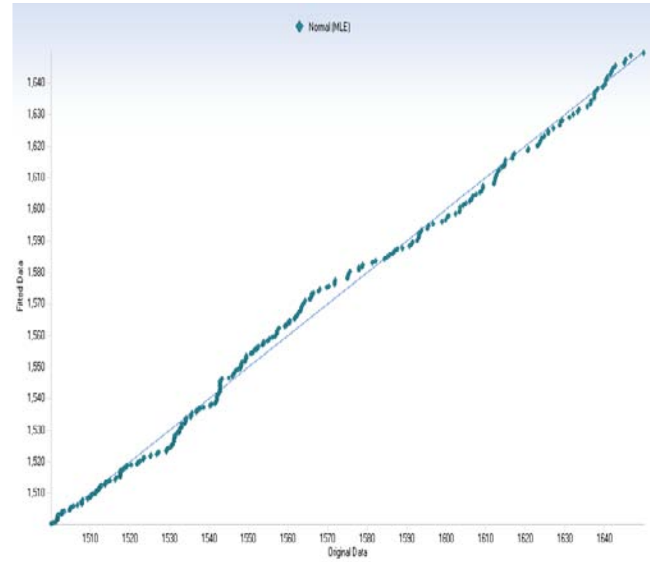
Estadístico	Valor
Media	15,850,920.36
Desviación	4,058,970.10
Mediana	15,198,680.35

2) Ajuste de distribuciones a la severidad

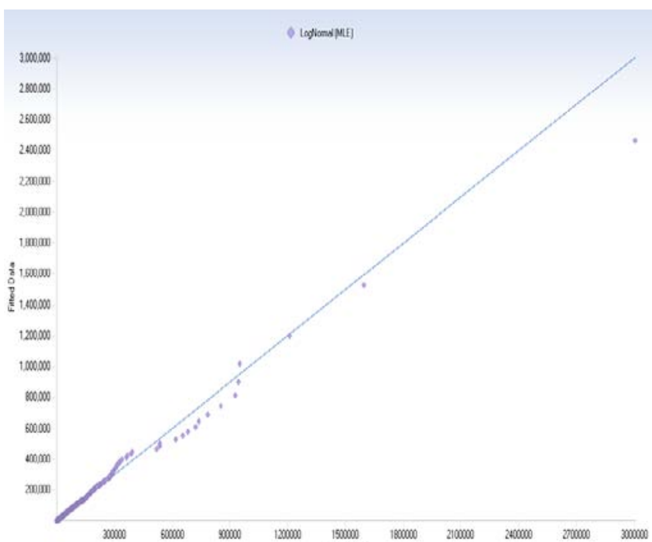
Siniestros de 0 – 1,500 Log normal



Siniestros de 1,500 – 1,650 Normal



Siniestros de 1,650 – en adelante Log normal



3) Ajuste de distribuciones a la frecuencia

Se elige la distribución según la relación que tengan la media y la varianza, en este caso encontramos que varianza > media por lo que ajustamos a una binomial negativa en los tres casos.

Intervalo de 0 -1,500
α=66.35
P=0.351354

Intervalo de 1,500 a 1,650
α=635.68
P=0.932292

Intervalo de 1,650 en adelante
α=46.01
P=0.064432

4) Obtención de simulaciones y Hellinger

Una vez que hemos ajustado la frecuencia y severidad procedemos a obtener simulaciones de los montos agregados. Para el cálculo de cada una de las simulaciones se hace lo siguiente (Recapitulando):

- Se simula una observación de N a partir de su función de probabilidad
- Se simulan N montos de siniestros individuales Z provenientes de su distribución.
- Se suman las N simulaciones de Z para crear una observación de la distribución del monto agregado.
- Se repite este proceso las veces que se requiera o se propone utilizar la distancia de Hellinger hasta llegar a un número de simulaciones en donde una adicional de ellas no provea de más información.

Pero para conocer un número ideal de simulaciones se utiliza la distancia de Hellinger.

Se deben de realizar varios conjuntos de simulaciones hasta determinar que una observación más no me generará o proporcionará más información y esto se podrá traducir bajo la distancia de Hellinger.

La fórmula de la distancia de Hellinger es:

$$H(P,Q) = \sum_{w} \left(\sqrt{p[w]} - \sqrt{q[w]}\right)^2$$

$$0 \leq H(P,Q) \leq 1$$

Donde w es un intervalo y p[w] y q[w] las probabilidades de cada asignación en los intervalos w.

Donde P y Q son dos asignaciones probabilísticas. Entonces:

- Se obtienen n simulaciones de la variable aleatoria del monto agregado.
- Se hacen m simulaciones de esa misma variable aleatoria con m>n
- Se crean los histogramas de ambas distribuciones con m y n simulaciones con los mismos rangos obteniendo así las probabilidades de pertenecer a cada rango.
- Se aplica la fórmula de H(P,Q).
- El usuario definirá si el valor de H(P,Q) le es suficiente o requiere de realizar más simulaciones. Recordemos que mientras encontremos más simulaciones será más complicado el generar distancias de Hellinger mayores. Si se decide quedarse con m simulaciones, se ha terminado el algoritmo, si se requiere más información hacer n=m y comenzar en 2.

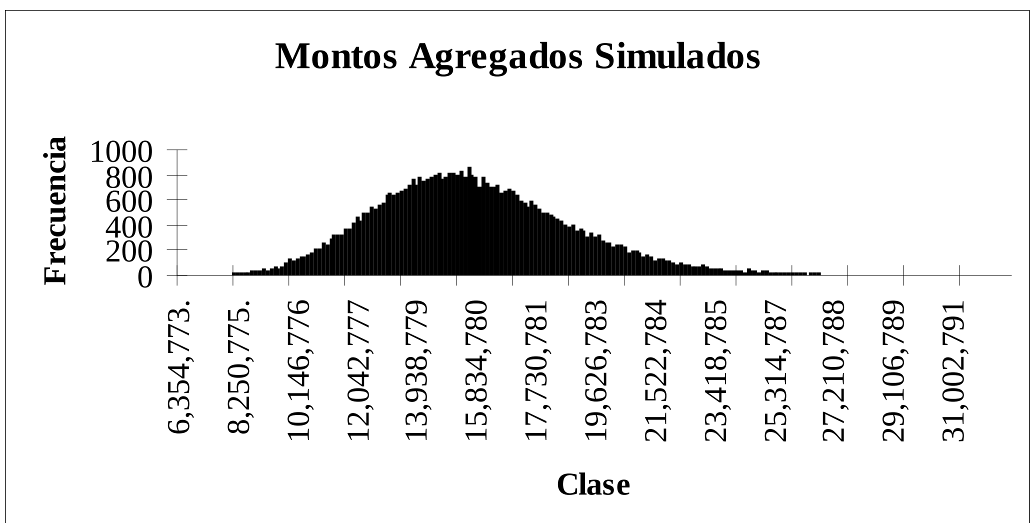
En nuestro ejemplo de cartera, los resultados de simular varias asignaciones P y Q generan las siguientes distancias de Hellinger:

Número de simulaciones	Distancia de Hellinger
100 a 500	0.971077269
500 a 1,000	0.997331782
1,000 a 5,000	0.997065661
5,000 a 10,000	0.999492529
10,000 a 25,000	0.999828569
25,000 a 50,000	0.999945152

Se decide optar por 50,000 simulaciones que arrojan los siguientes estadísticos:

Estadístico	Valor	Percentil
Media	15,690,308.83	53.52%
Desviación	3,079,493.282	NA
Mediana	15,437,064.22	50%

Se muestra el histograma de las simulaciones:



5) Cálculo de suficiencias y margen de seguridad

Prima de riesgo	Suficiencia	Margen de seguridad
15,437,064.22	50%	-1.64%
15,690,308.83	53.52%	0%
17,080,634.31	70%	8.86%
18,163,670.86	80%	15.76%
18,863,041.23	85%	20.22%
19,756,738.57	90%	25.91%
21,142,326.21	95%	34.74%
22,430,899.95	97.5%	42.96%
24,066,869.91	99%	53.38%

Conclusiones

Las aseguradoras experimentan día a día un ambiente de incertidumbre pues desconocen el monto total de indemnización que estarán pagando al final del periodo. Dentro de los estudios está el de la Teoría del Riesgo, que mediante sus dos Modelos permite generar un acercamiento al actuario para conocer el riesgo y darle un enfoque diferente y manipulable.

Se plantea una metodología muy sencilla en donde por medio de ajuste de distribuciones a la frecuencia y la severidad se pueden generar simulaciones de los montos agregados y así conocer el monto anual de responsabilidad que tendrá la Compañía por los riesgos suscritos.

Se propone el método de simulaciones por su sencillez y el alcance que proporciona, también se plantea el uso de la distancia de Hellinger, que si bien tiene sus orígenes más matemáticos, es muy aplicable a la actuaria actual.

De esta forma, se demuestra mediante un ejemplo práctico la utilización del Modelo Colectivo mediante el ajuste de 3 distribuciones a la severidad con sus correspondientes ajustes a la frecuencia. en función de la prima y mediante las restricciones de negocio. Por ejemplo hay segmentos grandes como los gubernamentales que son contados y con grandes primas.

En muchas ocasiones vemos carteras no tan deseables, como es el caso de los riesgos catastróficos en donde la frecuencia es muy pequeña pero la severidad puede llegar a ser gigante. Regularmente, las Compañías aseguradoras deciden reasegurar estos riesgos generando un costo importante al hacerlo. Las Compañías podrían decidirse de no vender más estos riesgos, el problema es la gran demanda que tienen. Aquí es en donde entra el apetito de riesgo de la Compañía, pues existe una relación directa entre la venta de coberturas deseables o poco riesgosas vs coberturas no tan deseable para la Aseguradora. Este método permite, aparte de generar primas acordes al riesgo y que reflejen la volatilidad del mismo, generar sistemas de optimización de la cartera por medio de índices de siniestralidad o severidades medias.

La Compañía puede proceder a crear un pronóstico de su cartera por medio de índices de siniestralidad calculados como:

Indice = Siniestros / Primas

Se calculan n índices para cada riesgo que tenga la cartera, cada uno con la característica de ser homogéneo. Se simulan estados de resultados por medio de estos índices y con expectativas de primas. Así, si el pronóstico es crecer en cierto segmento de la cartera se podrá incorporar esto sin la necesidad de observar en la cartera crecimientos o primas similares.

Mediante estos modelos se permite también generar optimizaciones en función de la prima y mediante las restricciones de negocio. Por ejemplo, hay segmentos grandes como los gubernamentales que son contados y con grandes primas.