

Decisional optimality in life reinsurance modeling

IAA colloquium - Oslo 2015

Maxence Saunier

maxence.saunier@aonbenfield.com

35 rue de la fédération, 75015 Paris, FRANCE

Referents

Arnaud Chevalier

Frédéric Planchet



AON BENFIELD

- ① Context and approach
- ② Formal development and mean-variance efficient frontier
- ③ Simulation and optimisation results
- ④ Conclusion

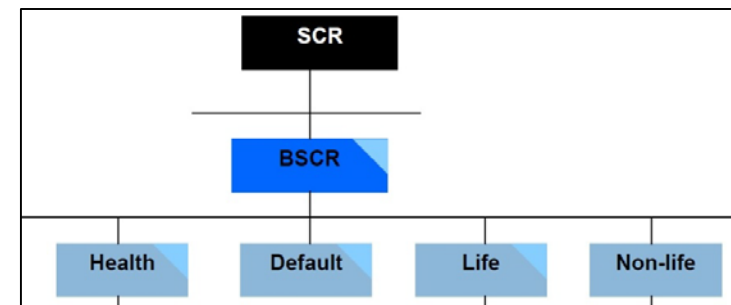
- Insurers' margins are stressed with economic turmoil : **cost of reinsurance** is questioned towards its efficiency.

Article L310-1-1
Modifié par [Ordonnance n°2008-556 du 13 juin 2008 - art. 1](#)
I.-La réassurance est l'activité d'un organisme, autre qu'un véhicule d'assurance ou par une autre entreprise de réassurance, soit par les dispositions du titre III du livre IX du code de la sécurité sociale.

- Diverse regulations assess for reinsurance impacts

**NOTE D'INFORMATION PORTANT
SUR LES ETATS C 8 ET C 9 ET
SUR LE RAPPORT RELATIF A LA POLITIQUE DE REASSURANCE**

- Financing solvency through
 - *enough own funds*
 - *subordinated debt*
 - *cession in reinsurance*



« Increasing the means or reducing the needs »

- Reinsurance on **life** protection product
(perimeter)
- Which indicators to optimise for the cedant ?
(objective function)
- Which parameters to be set ?
(decision variables)

→ **Formal and numerical optimisation program**

- Existing approaches
 - Stop loss optimality & price optimisation
 - Financial analysis with *Markowitz* and *de Finetti*
- Need to give a precise definition of a reinsurance structure
 - perimeter (*portfolio(s), LOB(s), entity, ...*)
 - trigger (*cat or non cat*)
 - form (*quota share, surplus, excess of loss, aggregate, ...*)
 - level parameters (*cession rate, retention amount, limits, ...*)
 - commercial parameters (*price for non-prop, fixed or profit commission*)
 - duration

- 1 Context and approach
- 2 Formal development and mean-variance efficient frontier
- 3 Simulation and optimisation results
- 4 Conclusion

- Markowitz's analysis (1958) with n risk assets : $A = (a_i)_i$

$$\begin{aligned} \min \quad & A' \Omega A \\ \text{s.c.} \quad & (U - A)' E = E_{obj} \\ \text{s.c.} \quad & \text{Condition sur } A \end{aligned}$$

{ without condition on A → **straight line**
with condition on A in equality → **hyperbola**

- Problem : efficient frontier is not defined everywhere (negative cession rates)

→ **need for other constraints on a_i**

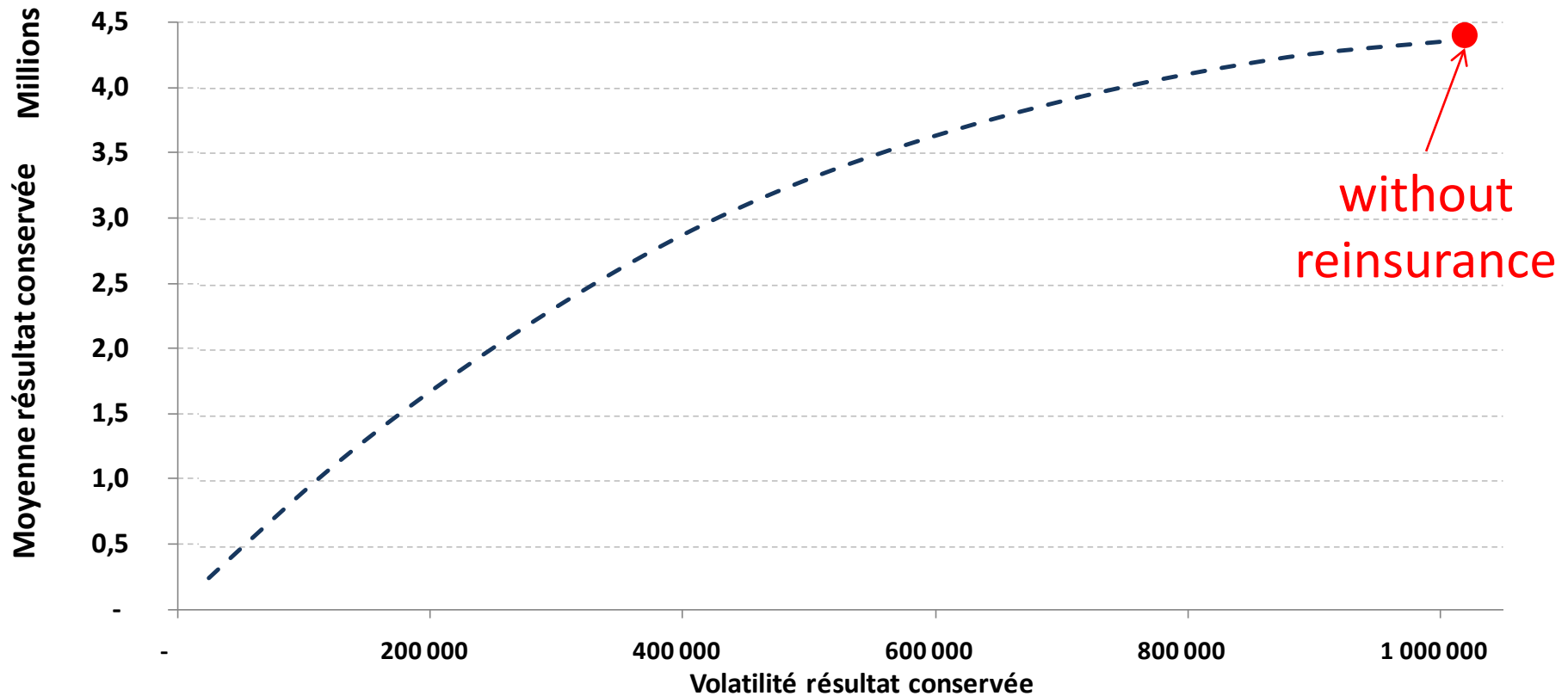
- Constraints in inequalities and convex optimisation

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{Var}(R_{1an}^{net}) = \sum_{i=1}^n (1 - a_i)^2 \text{Var}(S_i) \\ \text{s.c.} \quad & \forall i, a_i \leq 1 \\ \text{s.c.} \quad & \forall i, a_i \geq 0 \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{i=1}^n (1 - a_i)(P_i - E(S_i)) = res_{obj} \end{aligned}$$

- *de Finetti (1940)* resolution. Each a_i is expressed as :

$$\phi_i = \frac{P_i - E(S_i)}{2\text{Var}(S_i)}$$

$$a_i = 1 - \min(1; \max(0; \lambda\phi_i))$$



→ Mean-variance efficient frontier, defined everywhere

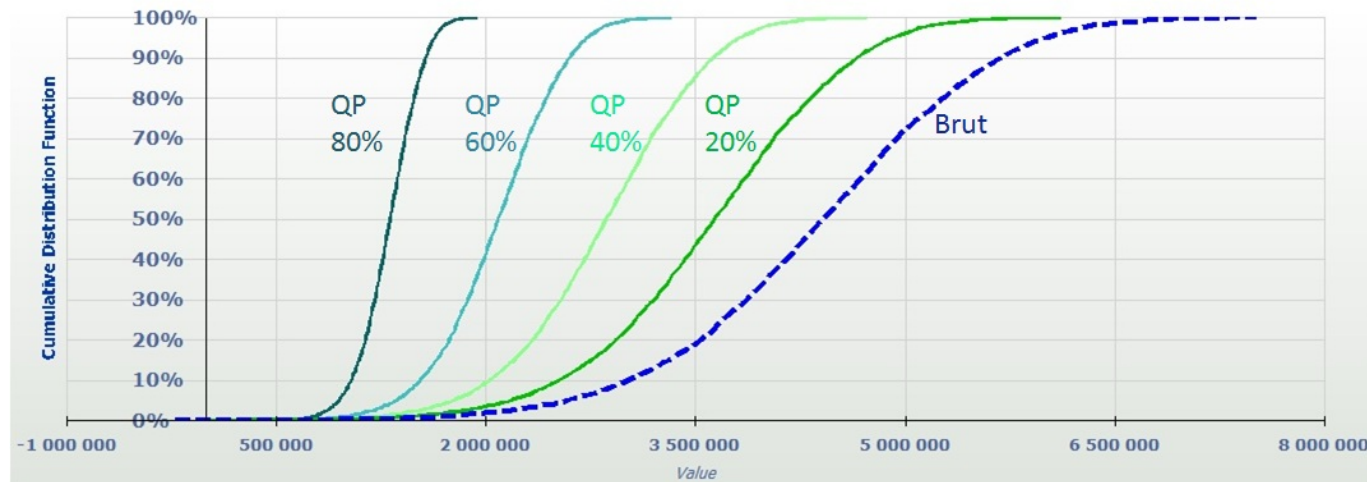
- individual cession rates to define in the treaty
- only one couple of measures (**mean – variance**)
- no account for regulatory environment (**capital measure**)
- complexity if other reinsurance parameters (commission, ...)
- limits in normality assumptions (*cf. conclusion*)

→ **Use of simulation and empirical distributions**

Summary

- 1 Context and approach
- 2 Formal development and mean-variance efficient frontier
- 3 Simulation and optimisation results**
- 4 Conclusion

- Stochastic multi-year modeling, for each line in the portfolio
- Recording each ceded cashflow for each layer of reinsurance
- Indicators gross and net of reinsurance :
 - Distributions of 1-year result and NAV
 - best estimate over 30 years for S2 calculations



Cumulative distributions after Quota Share structures

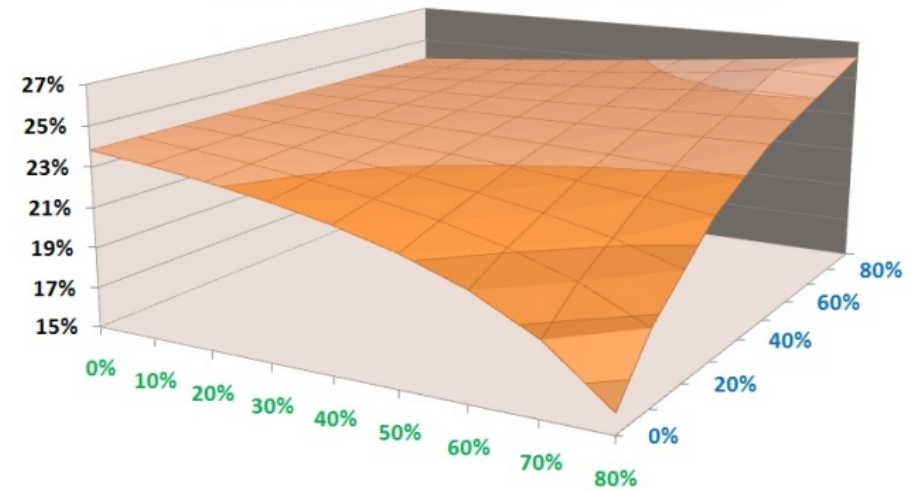
- Sensitivities on

- mean
- standard deviation
- variation ratio
- percentiles
- Tail Value-at-Risk
- requirements in S1 et SCR S2

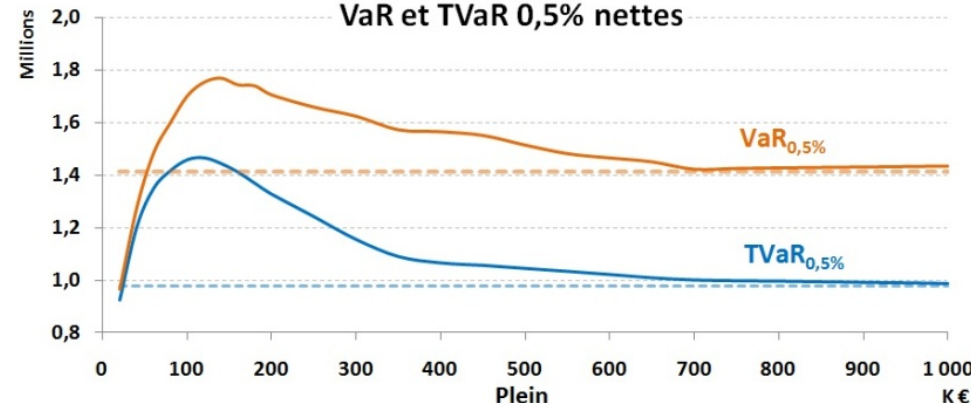
- functions of

- Quota share : cession rate
- Surplus : retention
- Limits
- Commission rate
- Profit sharing rate

Coefficient de variation net de quote-part (α , t_{PB})



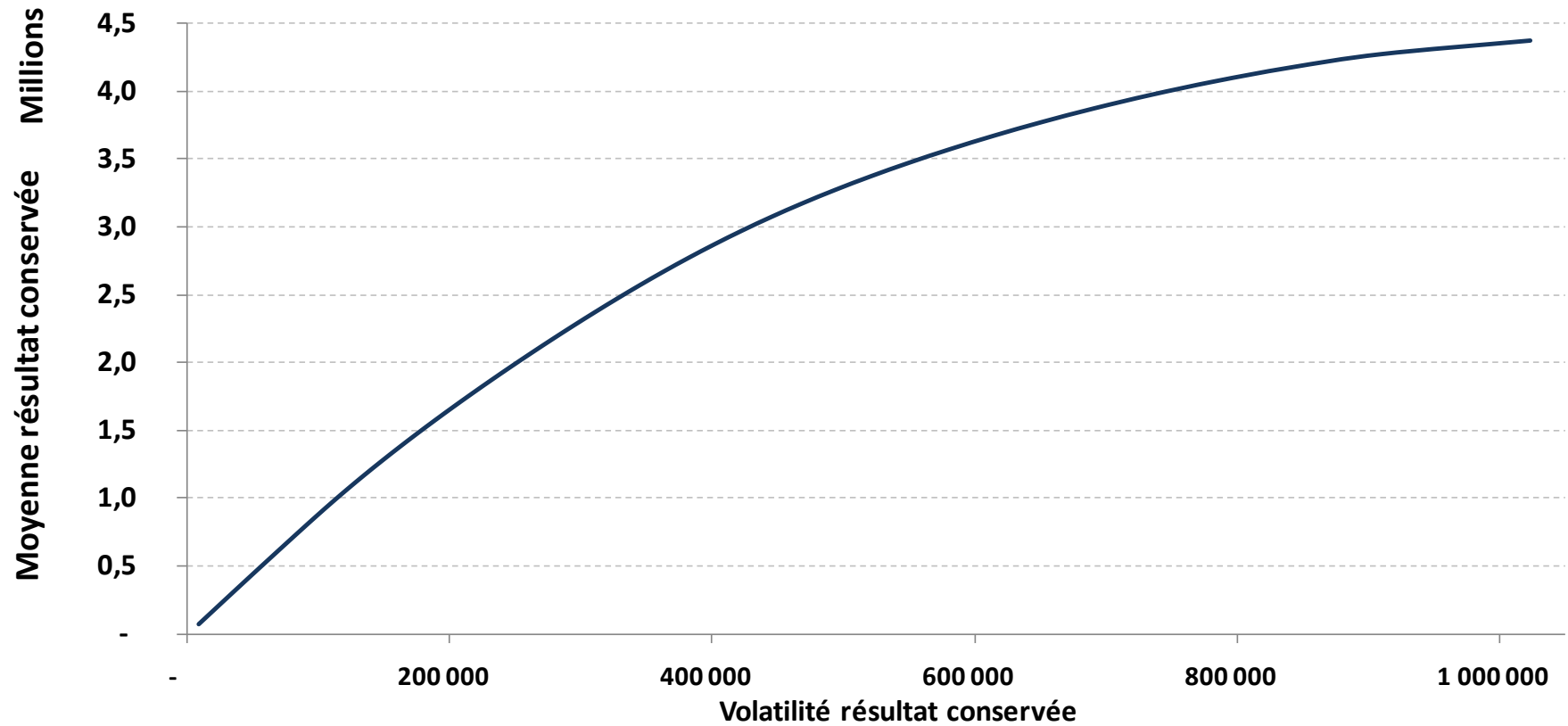
VaR et TVaR 0,5% nettes



→ Enable to build risk-reward diagram to compare structures

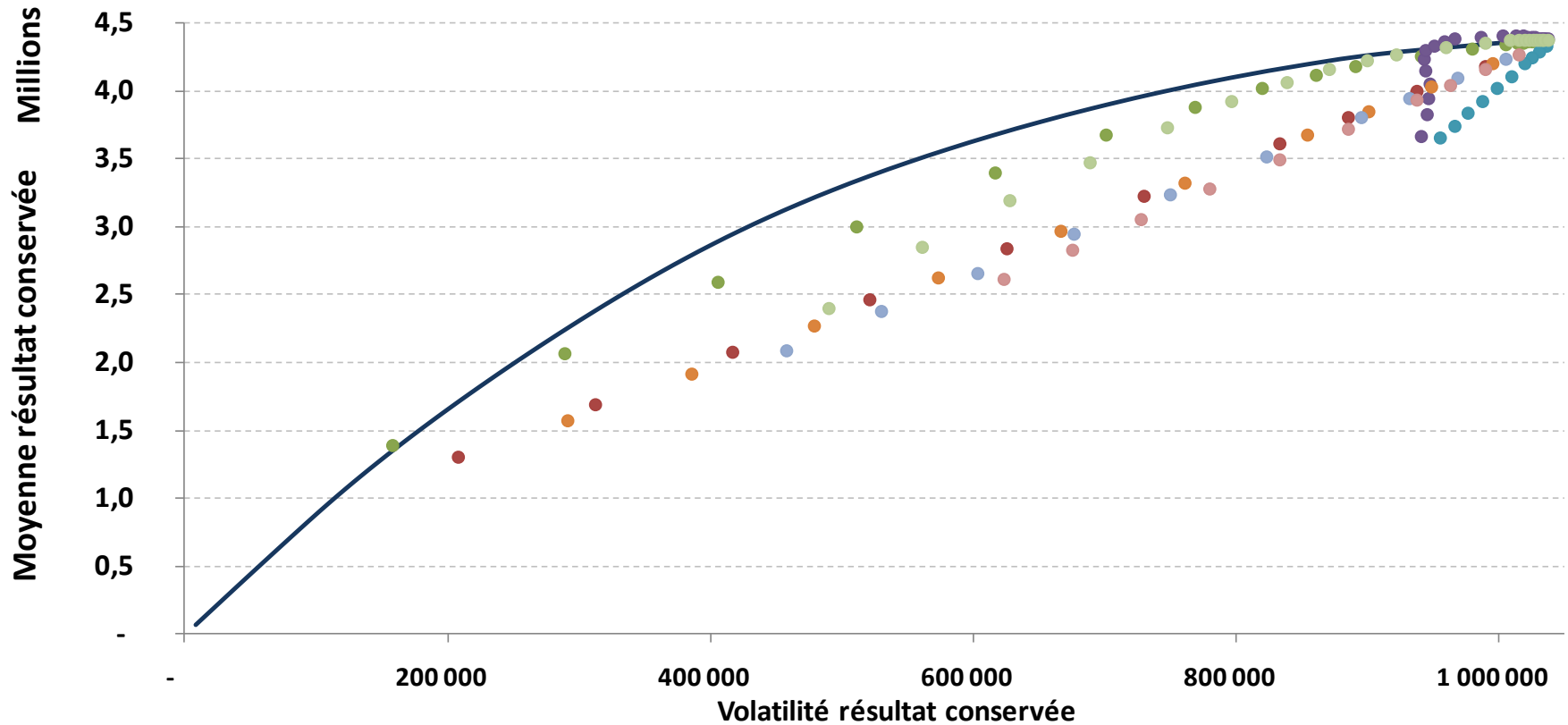
Simulation and mean-variance results

- ① Context and approach
- ② Mean variance efficient frontier
- ③ Optimality with simulation
- ④ Conclusion



Simulation and mean-variance results

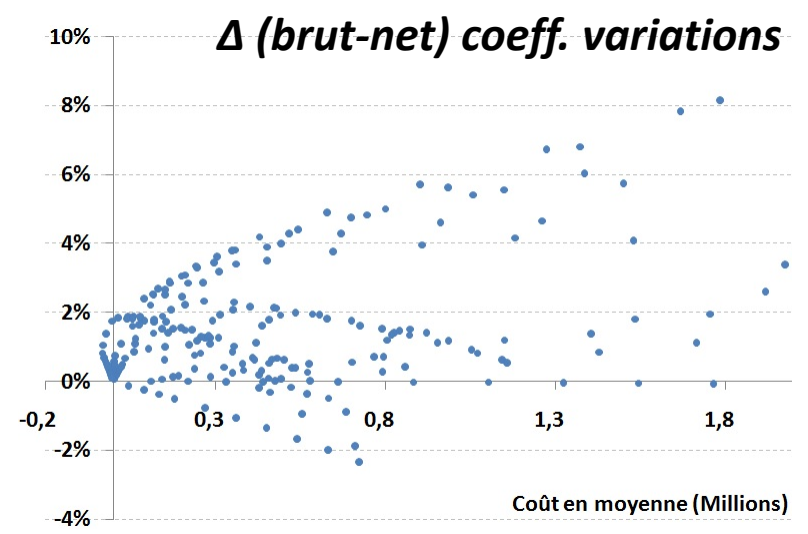
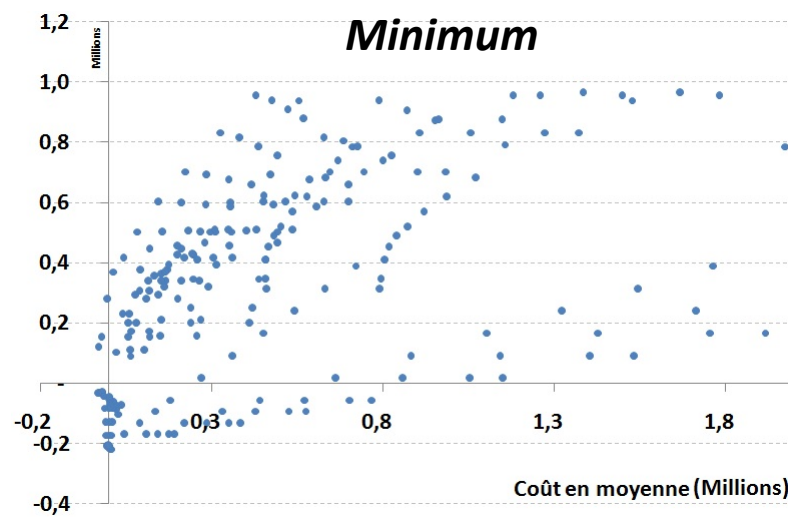
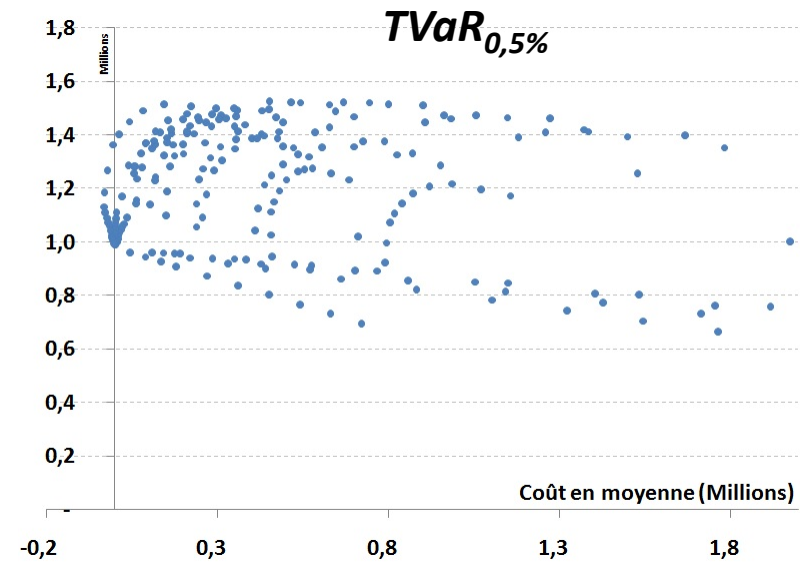
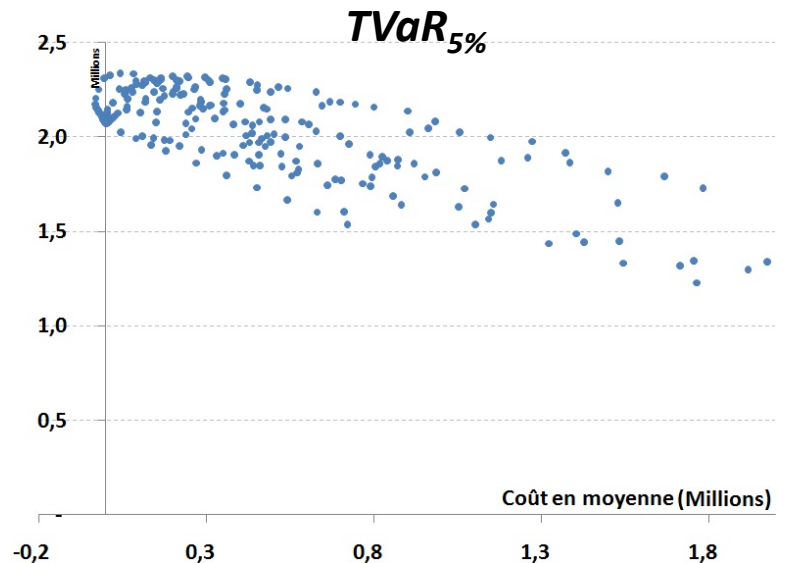
- ① Context and approach
- ② Mean variance efficient frontier
- ③ Optimality with simulation
- ④ Conclusion



→ new measure : « Mean ceded result »
represents total cost of reinsurance

Risk measures against mean ceded result

- 1 Context and approach
- 2 Mean variance efficient frontier
- 3 Optimality with simulation
- 4 Conclusion

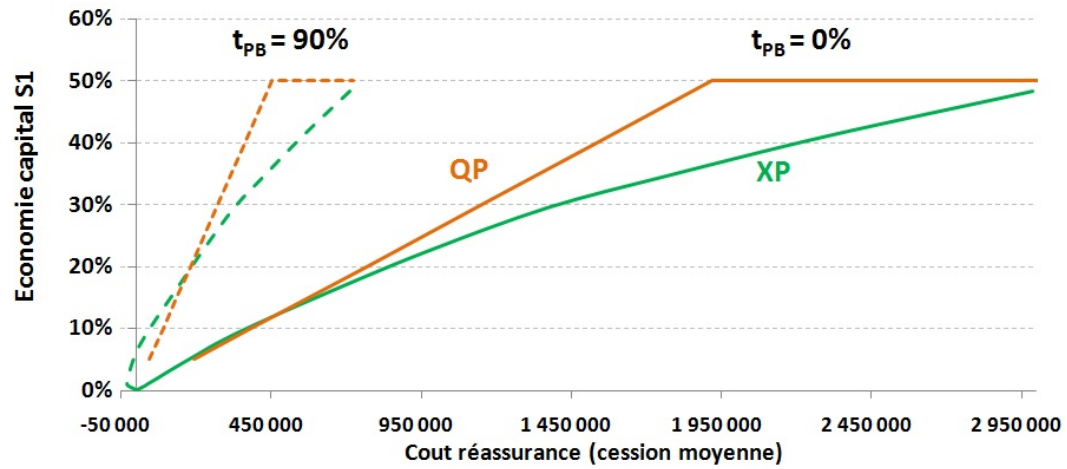


→ Exhaustive plotting gives various interpretations

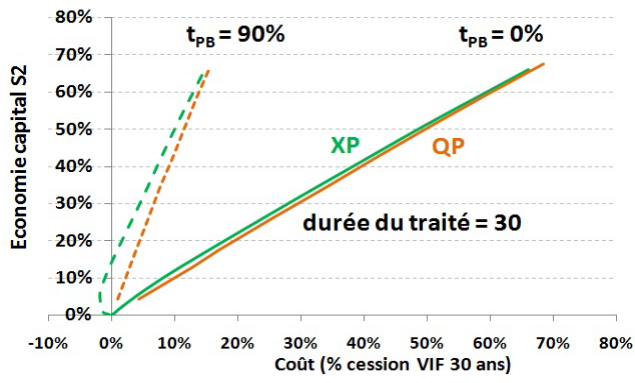
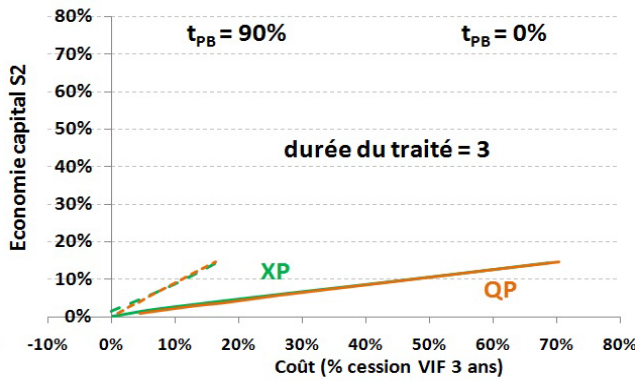
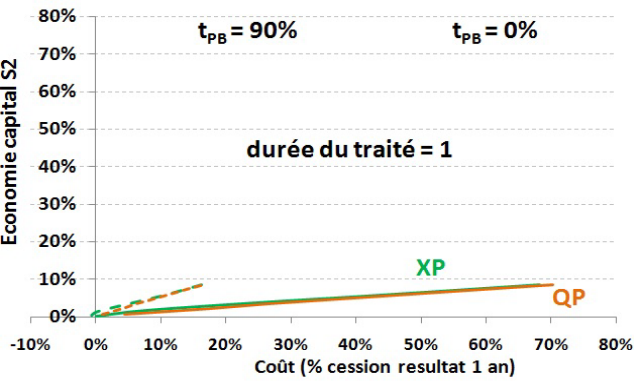
Effects on capital requirements

- ① Context and approach
- ② Mean variance efficient frontier
- ③ Optimality with simulation
- ④ Conclusion

Requirement S1

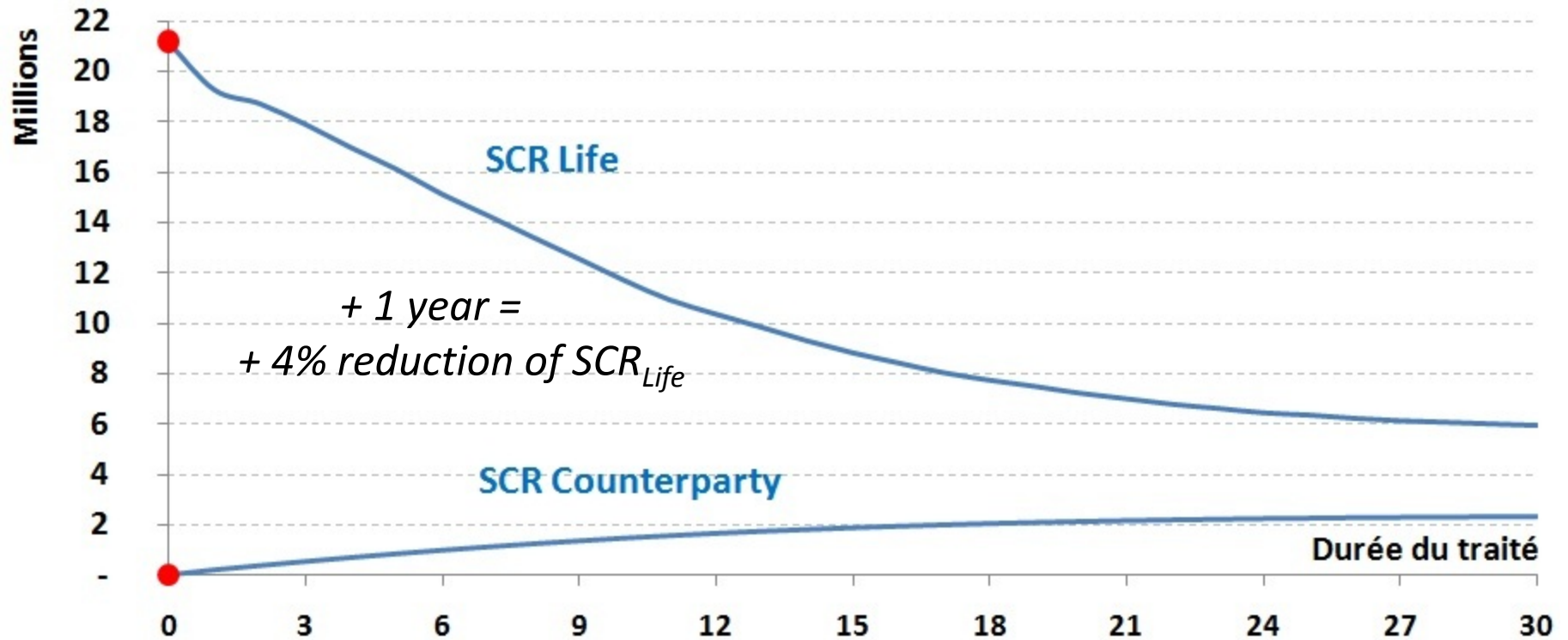


Requirement S2



→ optimisation S1 : form of reinsurance
 optimisation S2 : duration of reinsurance

- Effect on VIF (*Value In Force*) and SCR



SCR sub modules for a 80% quota share, against treaty duration

- Definition of profitabilities (*RORAC net of reinsurance*) :

$$\textit{Profitability S1} = \frac{\textit{Mean net result}}{\textit{S1 net requirement}}$$

$$\textit{Profitability S2} = \frac{\textit{Mean net result}}{\textit{S2 net requirement}}$$

→ 3 indicators in the same diagram to analyse **reinsurance efficiency** on :

capital & risk reduction

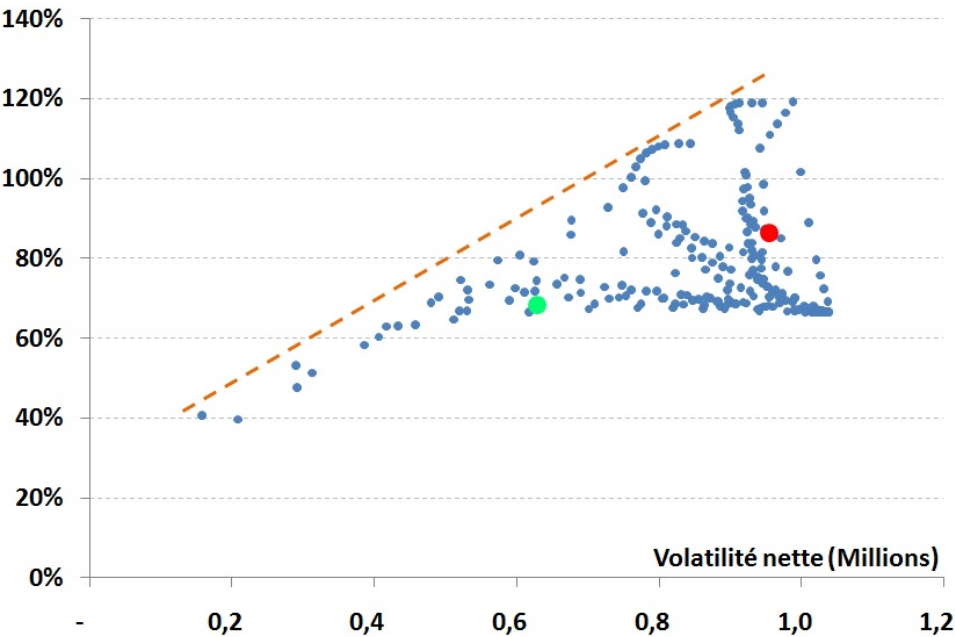
vs.

value reduction

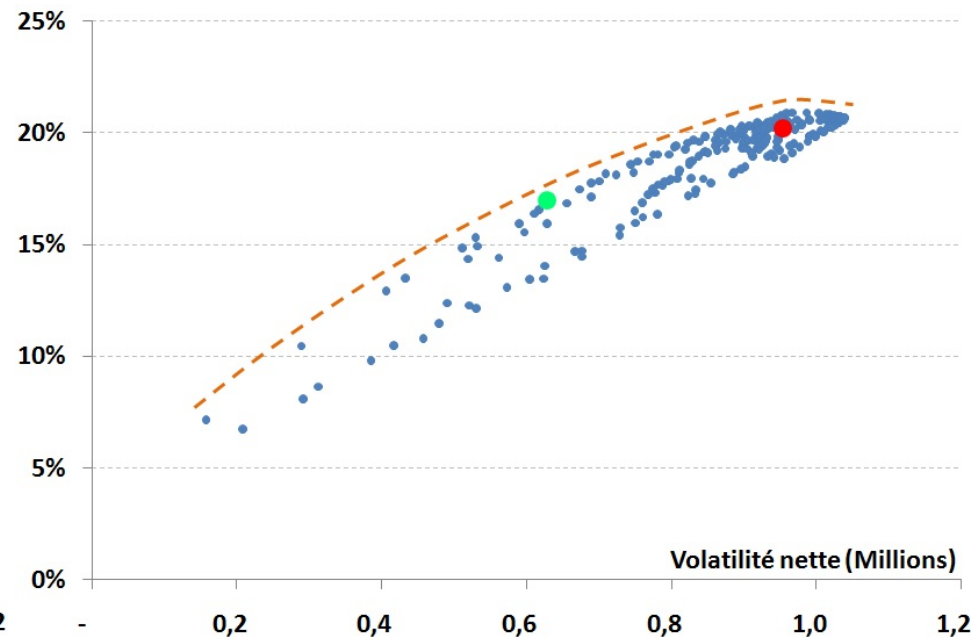
Local and global optimality ?

- ① Context and approach
- ② Mean variance efficient frontier
- ③ Optimality with simulation
- ④ Conclusion

Profitability S1



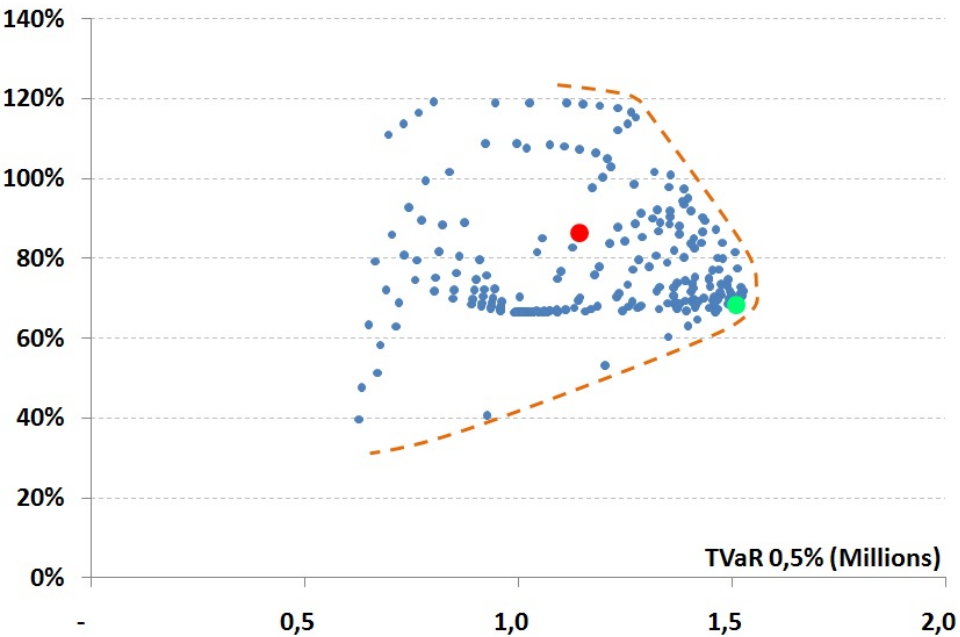
Profitability S2



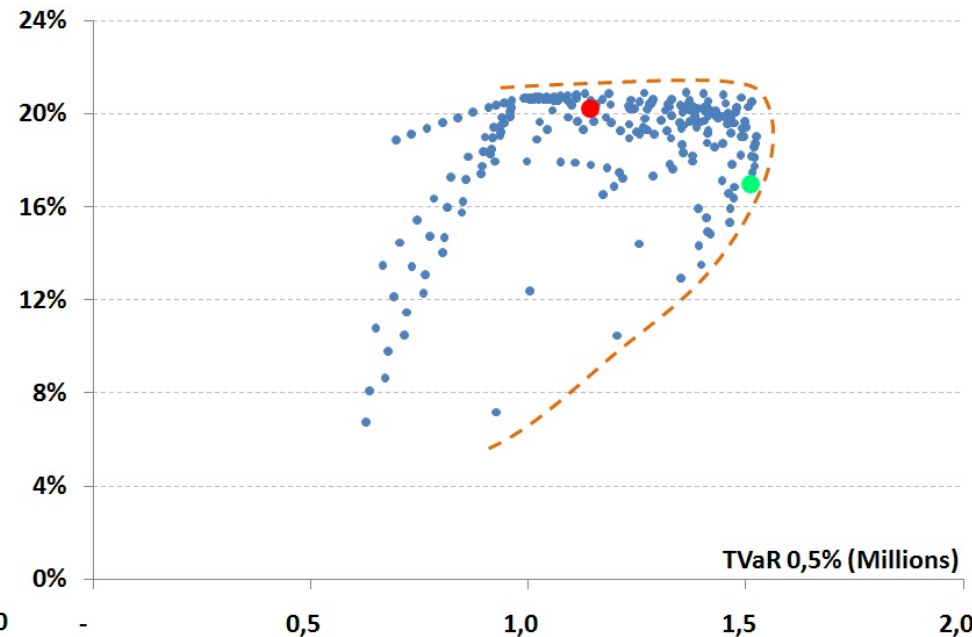
Local and global optimality ?

- ① Context and approach
- ② Mean variance efficient frontier
- ③ Optimality with simulation
- ④ Conclusion

Profitability S1



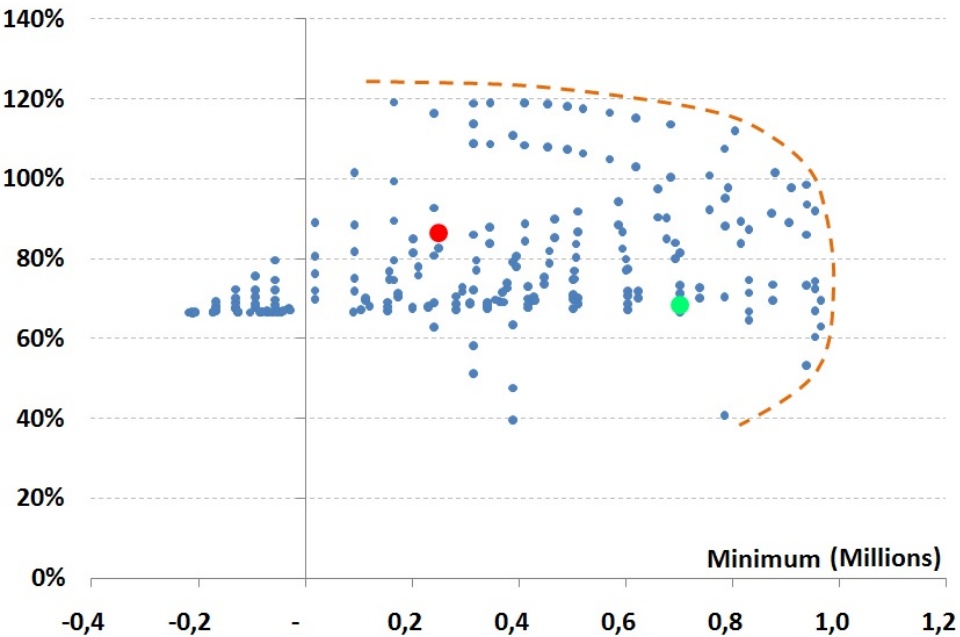
Profitability S2



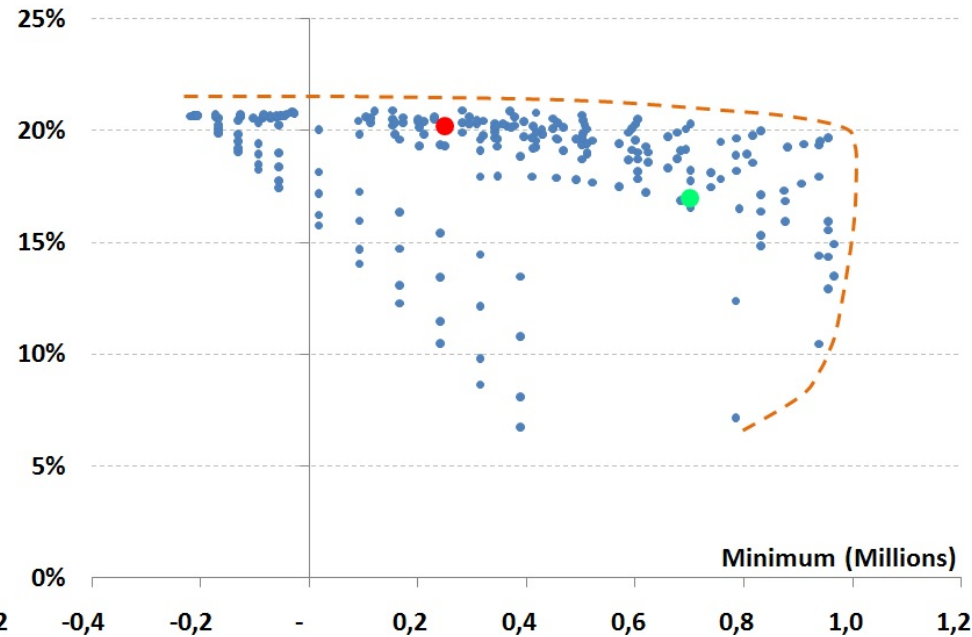
Local and global optimality ?

- ① Context and approach
- ② Mean variance efficient frontier
- ③ Optimality with simulation
- ④ Conclusion

Profitability S1



Profitability S2



- Comparison between proportional structures
 - reducing net required capital with same mean net result
 - increasing mean net result with same net required capital
- Comparison with non-proportional structures
 - allows to determine **price ranges** in which non-proportional structures (defined by their price) could be more interesting

About non-proportional reinsurance

- ① Context and approach
- ② Mean variance efficient frontier
- ③ Optimality with simulation
- ④ Conclusion

- No proportional share in good or adverse scenarios
→ limitation of duration
- No proportional price
→ price negotiation
- Effects on risk & capital

	XS per head	XS CAT event	XS pandemic (<i>aggregate</i>)
Risk	Volatility reduction	Peak risk	Mean term mortality deviation
Capital	No significant impact of capital requirement (duration)	Effect on CAT scenario in S2 and C9	Effect on sub-module SCR_{CAT} in modules Life & Health

- Our study suggests a method to compare reinsurance structures according to **risk - reward - capital** criterion (*for a given perimeter/segmentation*)

- To go further :
 - **Equations** of the efficient frontiers and normality assumption
 - Analysis with **VIF** as reward measure
 - **Combining portfolios** in a reinsurance treaty
 - Parameters to the limits : **alternative reinsurance**
 - **Placement optimisation** : shares, ratings and guarantees (*with SCR counterparty as a criteria*)

Thank you for your attention

-

Questions



Annex 1 – Réassurance Solvabilité 1

Article L310-1-1

Modifié par [Ordonnance n°2008-556 du 13 juin 2008 - art. 1](#)

I.-La réassurance est l'activité d'un organisme, autre qu'un véhicule de titrisation mentionné à l'article L. 310-1-2, qui consiste à accepter des risques d'assurance cédés, soit par une entreprise d'assurance ou par une autre entreprise de réassurance, soit par les mutuelles ou unions régies par le livre II du code de la mutualité, soit par les institutions de prévoyance et leurs unions régies par les dispositions du titre III du livre IX du code de la sécurité sociale.

La réassurance financière limitée (dite " réassurance finite ") désigne la réassurance en vertu de laquelle la perte maximale potentielle du réassureur, découlant d'un transfert significatif à la fois des risques liés à la souscription et des risques liés à l'échéance des paiements, excède, à concurrence d'un montant important mais limité, les primes dues par la cédante sur toute la durée du contrat. Cette réassurance présente en outre l'une au moins des deux caractéristiques suivantes :

1° Elle prend en compte explicitement la valeur temporelle de l'argent ;

2° Elle prévoit un partage contractuel qui vise à lisser dans le temps les répercussions économiques du risque réassuré en vue d'atteindre un niveau déterminé de transfert de risque.

II.-Les entreprises exerçant une activité de réassurance et dont le siège social est situé en France sont soumises au contrôle de l'Etat.

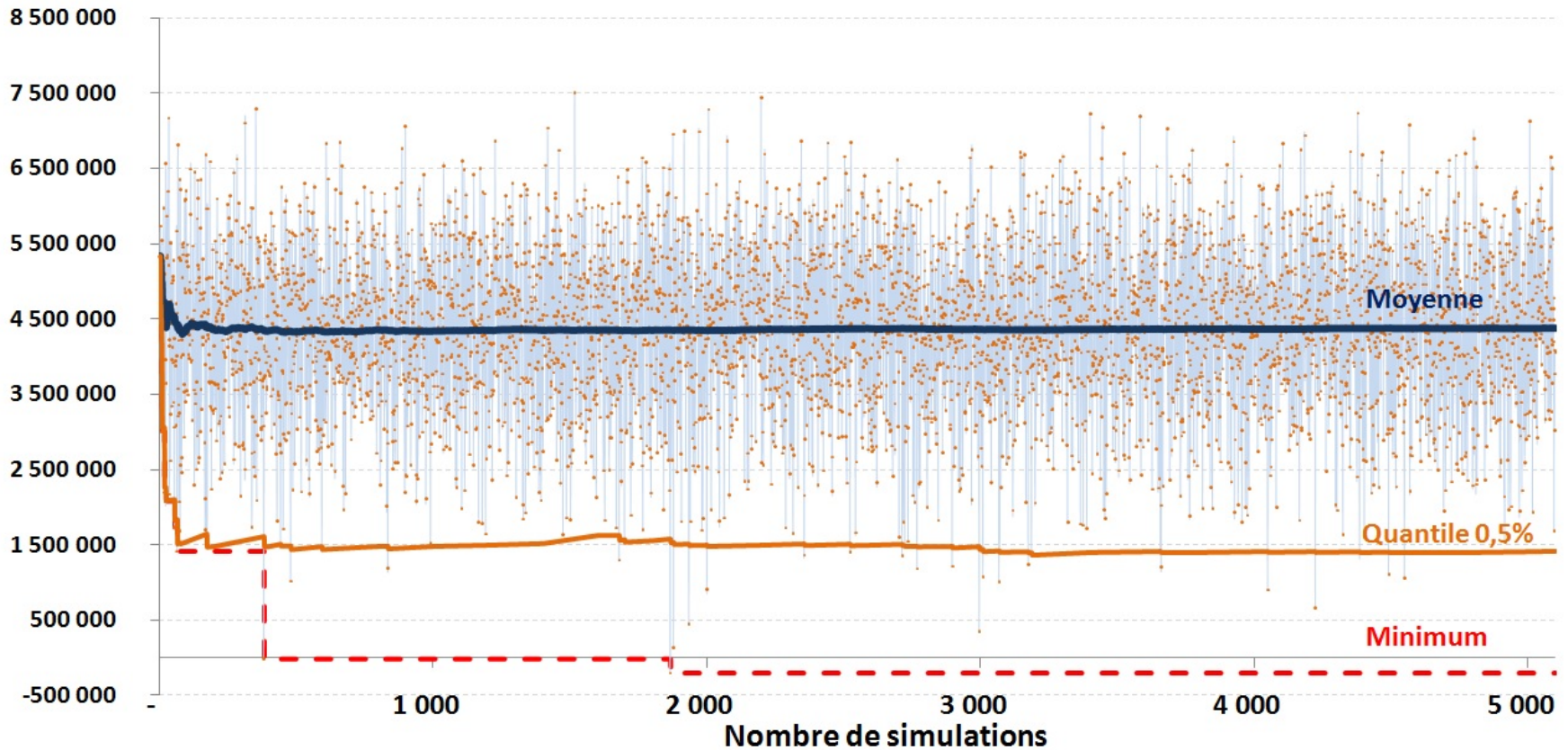
III.-Outre les entreprises mentionnées à l'article [L. 310-2](#), sont autorisées à exercer en France l'activité de réassurance les entreprises suivantes ne pratiquant pas l'assurance directe :

1° Les entreprises de réassurance ayant leur siège social en France et agréées dans les conditions définies à l'article [L. 321-1-1](#) ;

2° Dans les conditions fixées par le titre VI du présent livre, les entreprises ayant leur siège social dans un autre Etat membre de la Communauté européenne ou dans un autre Etat partie à l'accord sur l'Espace économique européen et exerçant cette activité à partir soit de leur siège social, soit de leurs succursales régulièrement établies sur le territoire d'un Etat membre de la Communauté européenne ou d'un autre Etat partie à l'accord sur l'Espace économique européen ;

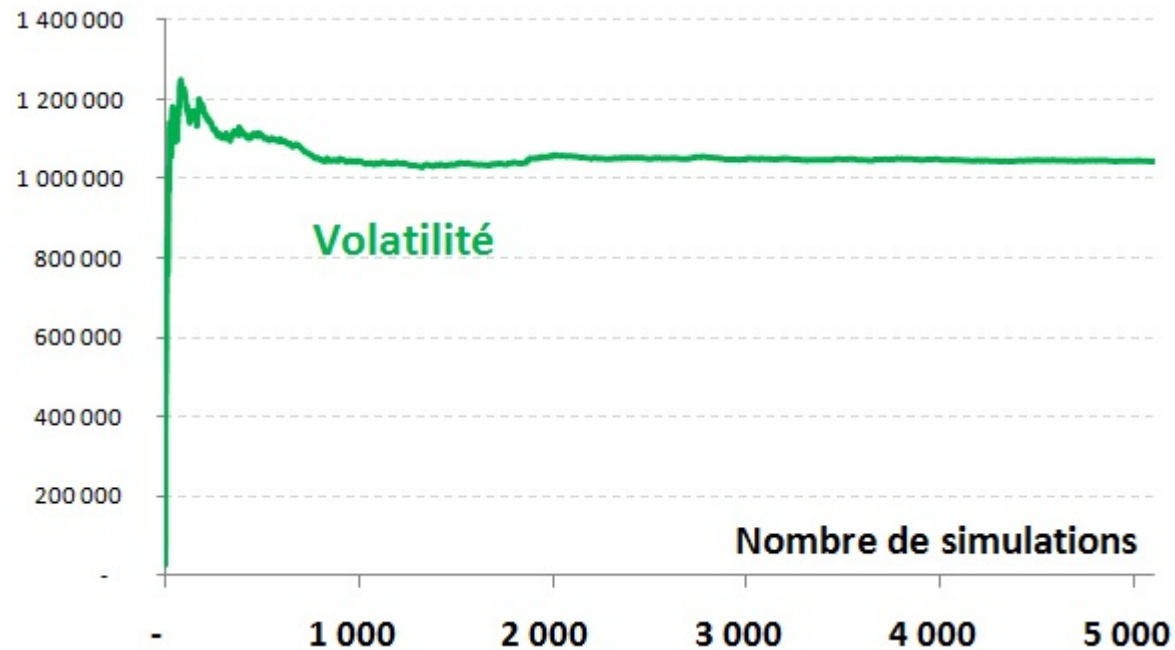
3° Les entreprises ayant leur siège social dans un Etat qui n'est pas partie à l'accord sur l'Espace économique européen, suivant les cas et dans les conditions fixés par décret en Conseil d'Etat. Ces conditions pourront prévoir l'obligation pour ces entreprises de garantir leurs engagements à l'égard des entreprises d'assurance réassurées agréées en France.

Annex 2 – mean convergence



*Graphe de convergence de statistiques de la variable aléatoire
« résultat net », par nombre de simulation*

Annex 3 – standard deviation convergence



Graphe de convergence de la volatilité de la variable aléatoire « résultat net », par nombre de simulation

Annex 4 – Convex non linear optimisation

Program

$$\min f(x)$$

s.c.

$$g_j(x) \leq c_j, j = 1, \dots, m$$

$$h_k(x) = d_k, k = 1, \dots, p$$

Lagrangian

$$\mathcal{L}(x, \mu, \lambda) = f(x) + \sum_{j=1}^m \mu_j (g_j(x) - c_j) + \sum_{k=1}^p \lambda_k (h_k(x) - d_k)$$

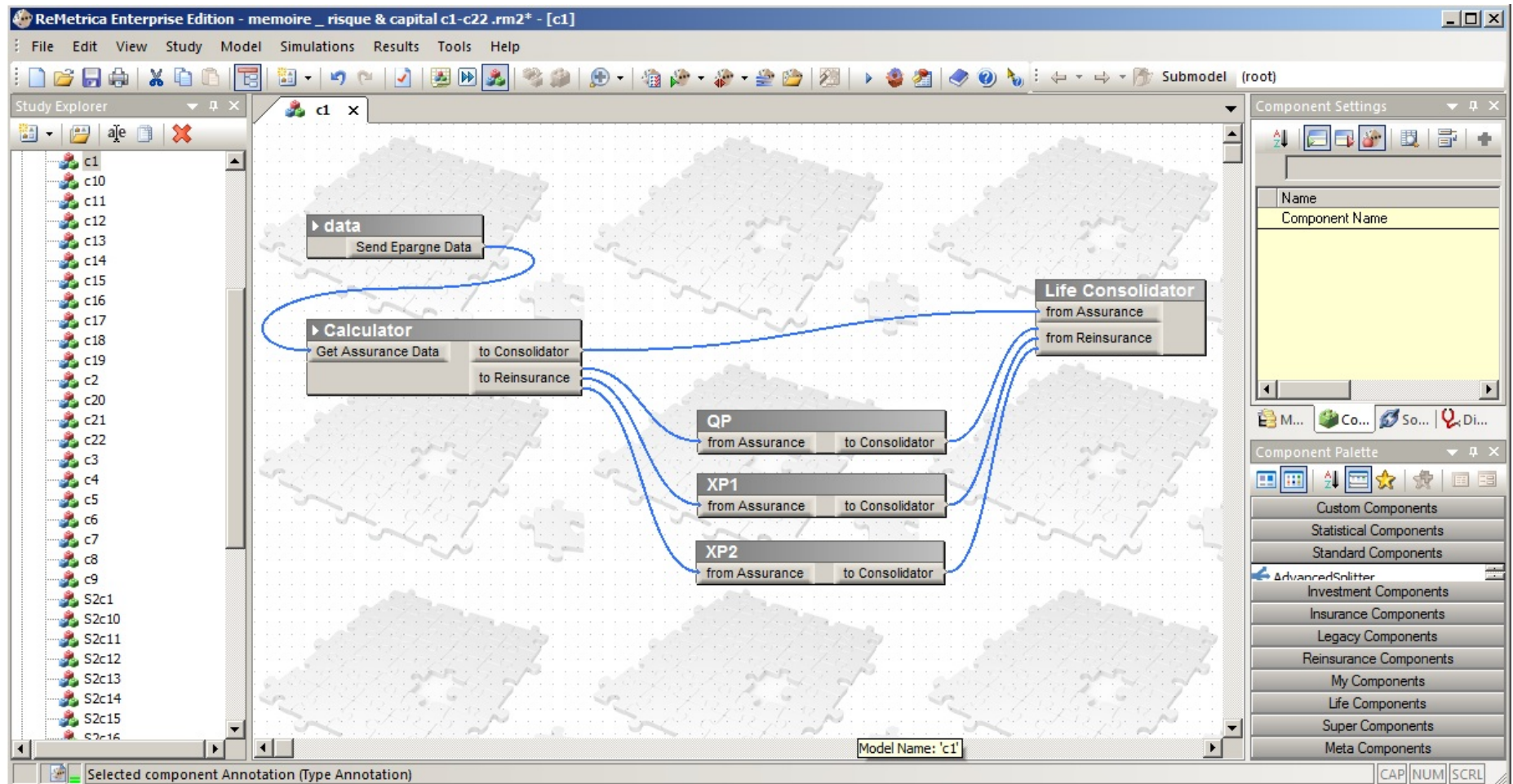
Conditions K.K.T

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \mathcal{L} = 0 \quad \forall i$$

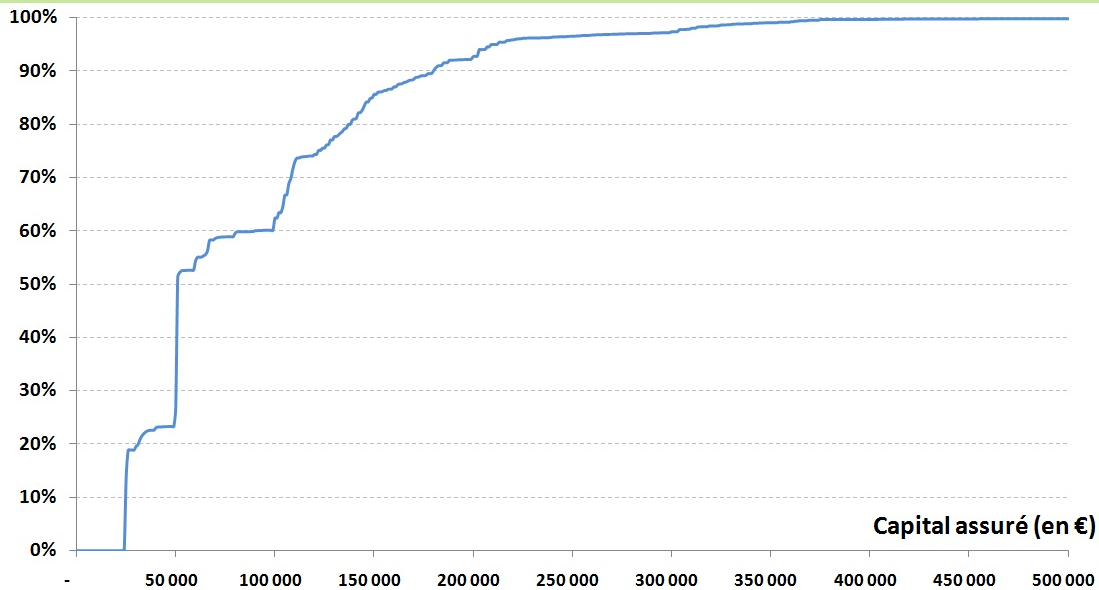
$$\mu_j \geq 0, g_j(x) \leq c_j \text{ and } \mu_j (g_j(x) - c_j) = 0 \quad \forall j$$

$$h_k(x) = d_k \quad \forall k$$

Annex 5 – Model in Lifemetrica

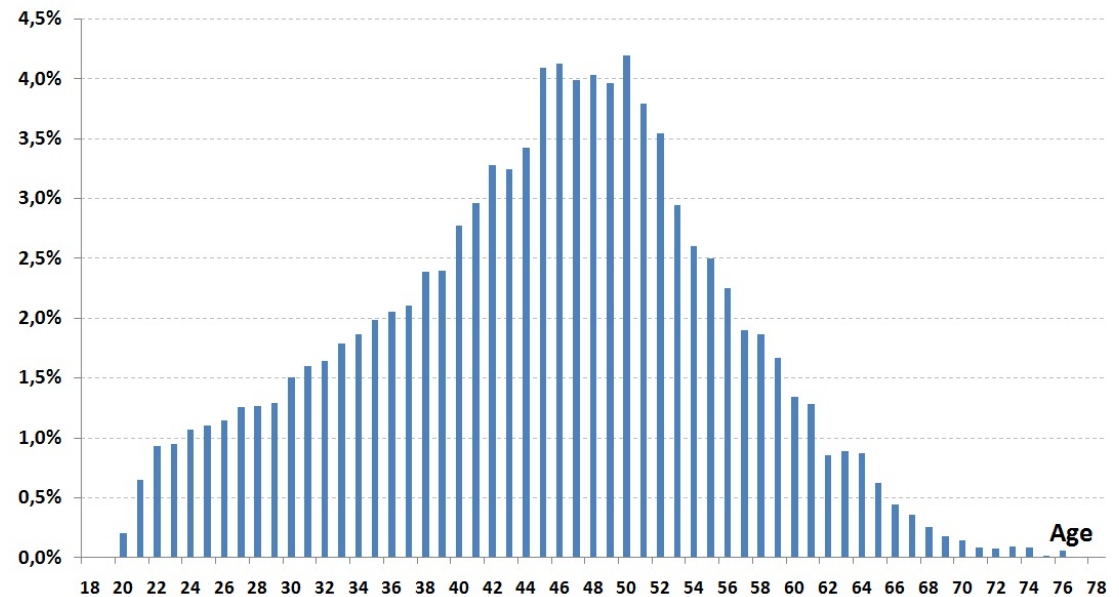


Annex 6 – Portfolio



Cumulative distribution of sums insured

Density of sums insured by age



Annex 7 – States C8 C9

A - Objectifs et présentation générale des exigences réglementaires en matière de cessions en réassurance

1 - Objectifs des exigences réglementaires

Un des objectifs des exigences réglementaires précitées est d'apporter de manière systématique à la Commission de contrôle une description des cessions en réassurance des entreprises d'assurance relevant de son contrôle prudentiel. Cette description doit notamment aider, dans le cadre des contrôles sur pièces effectués par les commissaires-contrôleurs des assurances, à constater les modifications importantes des plans de réassurance (changement des niveaux de rétention...) et à détecter les éventuels « trous » de couverture (absence de couverture illimitée en responsabilité civile...). Elle doit également aider à effectuer dans des délais brefs des enquêtes de marché (extraction de la liste des sociétés d'assurance concernées par la défaillance d'un réassureur...).

Le renseignement des états réglementaires ainsi créés doit par ailleurs amener les entreprises à s'interroger chaque année sur la pertinence de leur plan de réassurance en constatant dans plusieurs scénarios extrêmes le degré de protection que leur confèrent leurs couvertures en réassurance. Il doit également les conduire à s'interroger sur le risque de contrepartie auquel elles s'exposent en se réassurant.

http://www.acp.banque-france.fr/fileadmin/user_upload/acp/Controle_prudentiel/Documents_a_remettre_en_assurance/NI-cess-reassurance_222.pdf

$$LGD_j = (1 - RR) \cdot (Recoverables_j + RM_j - Collaterals_i)$$

RR : taux de recouvrement de la créance en cas de défaut

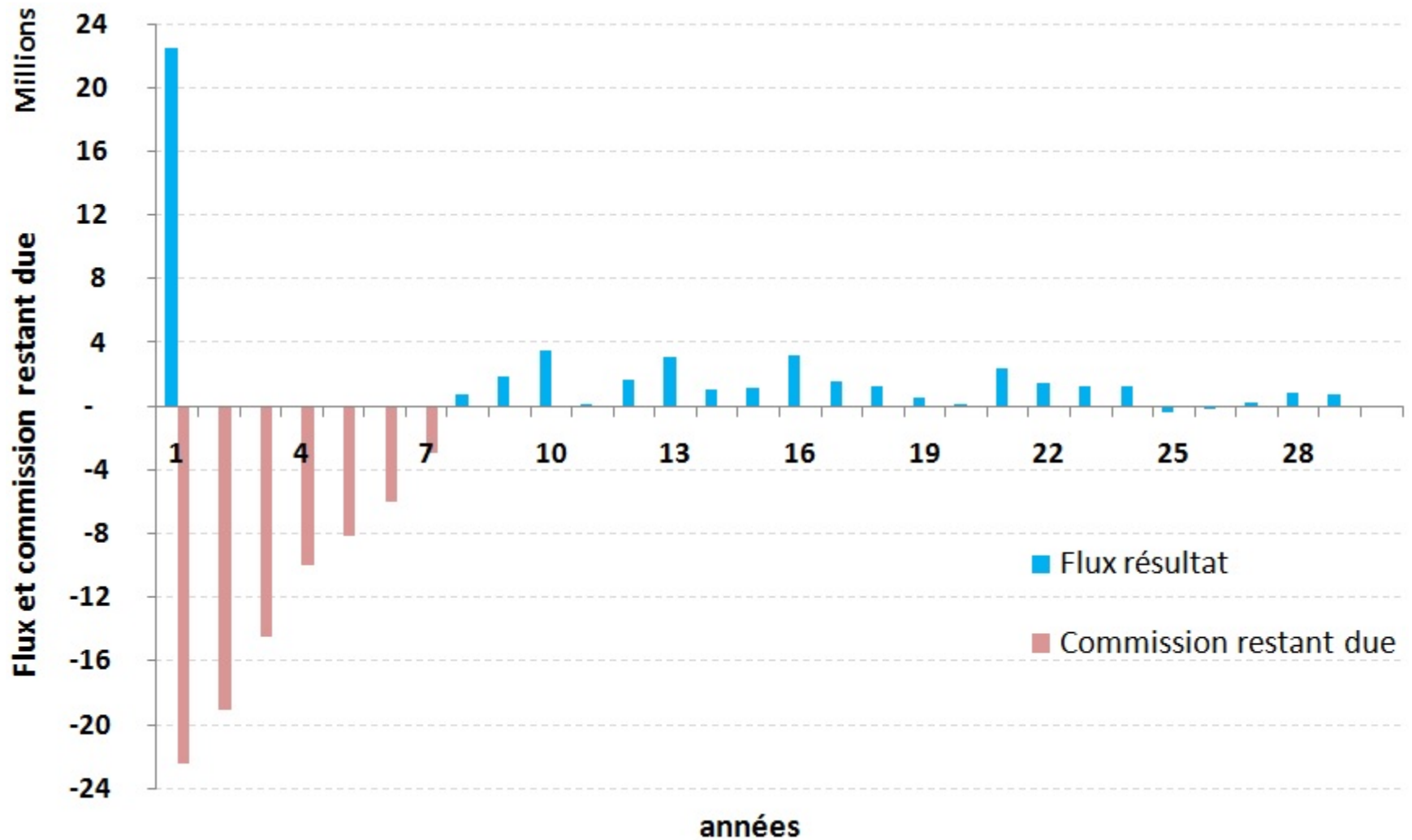
$Recoverables_j$: montant de la créance de réassurance du réassureur j

$Collaterals_j$: montant des dépôts de garantie du réassureur j

RM_j : Risk Mitigating effect dû au réassureur j

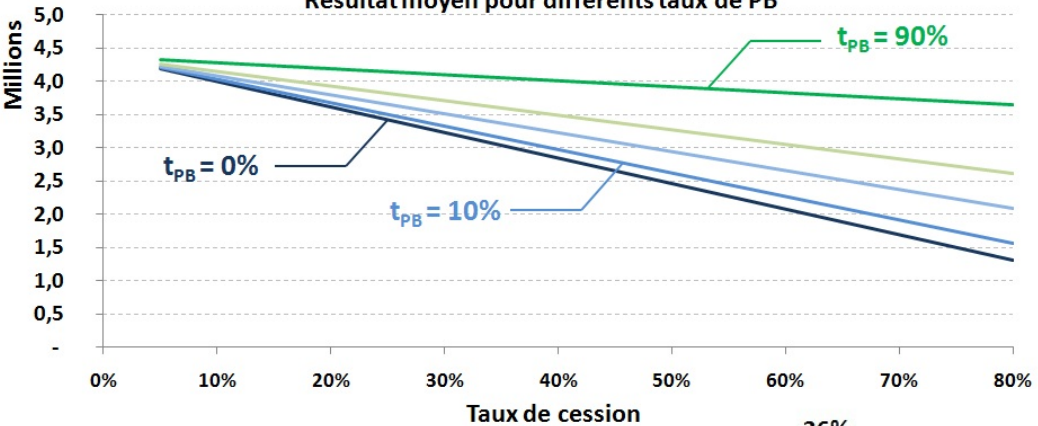
Rating	Probabilités de défaut
AAA	0,002%
AA	0,01%
A	0,05%
BBB	0,24%
BB	1,20%
Non raté	4,175%
CCC	4,175%

Annex 9 – Monetisation

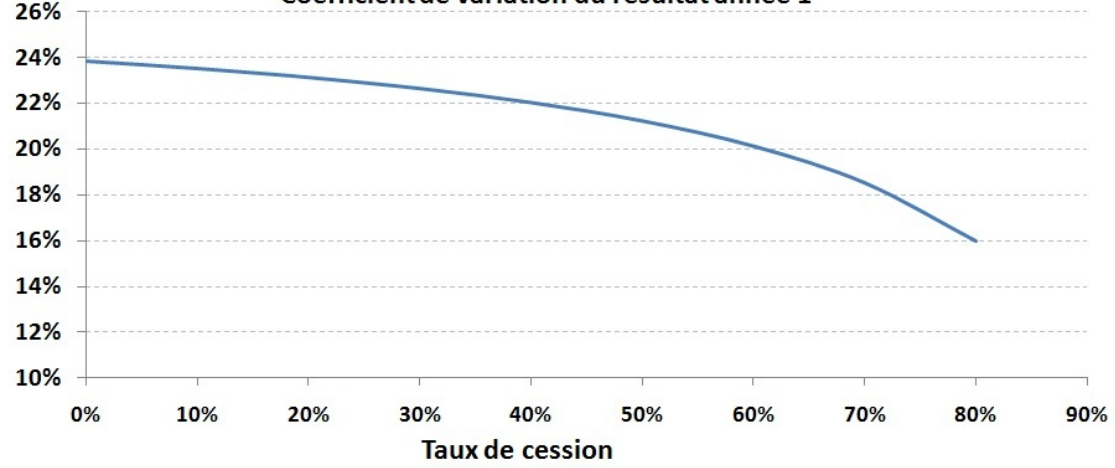


Annex 10 – Quota Share

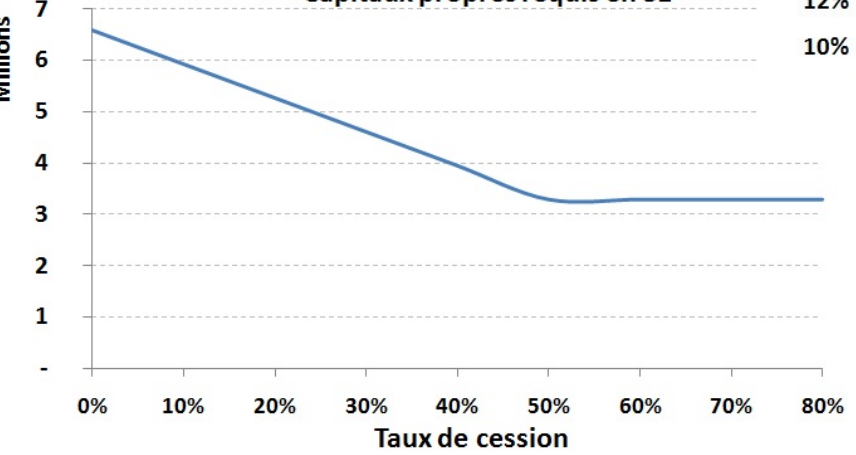
Résultat moyen pour différents taux de PB



Coefficient de variation du résultat année 1



Capitaux propres requis en S1



Annex 11 – Surplus

